



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°189



CAPU0189

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 22 et 3 par 4.
- **B** est la différence entre 22 et le produit de 3 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 8 \times (5 - 3) \quad D = 8^2 + 4^2 \quad E = 2 \times 8^2 - 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

760 divisé par 9 1 104 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 286 par 8 ? Justifier.

$$(a) 286 = 8 \times 36 - 2 \quad (b) 286 = 8 \times 35 + 6 \quad (c) 286 = 8 \times 34 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 887					
507					
655					
8 780					
3 352					

2. Dans le nombre $30\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 68 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°189



CAPU0189

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 42 - 4 \times 8 \quad B = 3 \times 3 - 3 \times 3$$

$$C = (7 + 2) \times 3 - 8 \quad D = [3 + 7 \times (6 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 7 \times 8 - 8 = 72 \quad 7 + 4 \times 4 - 5 = 39$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 \quad F = 29 \times 101 \quad G = 21 + 3,45 + 79$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad (1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \quad 4^2 = 8$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 21 ; 1 000 ; 121 ; 58 ; 112

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 2 \quad B = (3 \times 4)^2 - 2$$

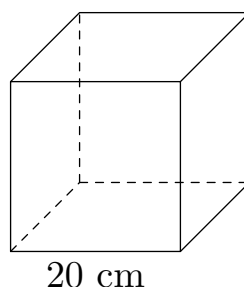
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 2$ et $B = (5x)^2 - 2$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 88 et 138.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 0.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°189



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (22 - 3) \times 4 = 19 \times 4 = 76$

$B = 22 - 3 \times 4 = 22 - 12 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8 \times (5 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 8 par la différence entre 5 et 3.

$D = 8^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 4.

$E = 2 \times 8^2 - 6$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 8 et 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 84 = 756 \leq 760 < 765 = 9 \times 85$: le quotient est 84, le reste $760 - 756 = 4$.

$760 = 9 \times 84 + 4$, avec $4 < 9$.

$18 \times 61 = 1\,098 \leq 1\,104 < 1\,116 = 18 \times 62$: le quotient est 61, le reste $1\,104 - 1\,098 = 6$.

$1\,104 = 18 \times 61 + 6$, avec $6 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $286 = 8 \times 36 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $286 = 8 \times 35 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $286 = 8 \times 34 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 35, reste 6.

Comme $6 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 286 par 35 : quotient 8, reste 6.

3. $54 = 7 \times 7 + 5$, avec $5 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 7 cartes.

b) La pioche contient 5 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 887	non	oui	non	oui	non
507	non	oui	non	non	non
655	non	non	oui	non	non
8 780	oui	non	oui	non	oui
3 352	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°189



CAPU0189

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 4\ 887 \rightarrow 4 + 8 + 8 + 7 = 27 & 507 \rightarrow 5 + 0 + 7 = 12 & 655 \rightarrow 6 + 5 + 5 = 16 \\ 8\ 780 \rightarrow 8 + 7 + 8 + 0 = 23 & 3\ 352 \rightarrow 3 + 3 + 5 + 2 = 13 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 0 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3$$

Une seule solution : 300.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 74 est pair mais $74 = 3 \times 24 + 2$.
« 68 est un multiple de 6. » **Faux.** $68 = 6 \times 11 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 42 - 4 \times 8 = 42 - 32 = 10$

$$B = 3 \times 3 - 3 \times 3 = 9 - 9 = 0$$

$$C = (7 + 2) \times 3 - 8 = 9 \times 3 - 8 = 27 - 8 = 19$$

$$D = [3 + 7 \times (6 - 1)] \div 2 = [3 + 7 \times 5] \div 2 = [3 + 35] \div 2 = 38 \div 2 = 19$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 7) \times 8 - 8 = 10 \times 8 - 8 = 80 - 8 = 72$$

$$(7 + 4) \times 4 - 5 = 11 \times 4 - 5 = 44 - 5 = 39$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 = 12,5 \times (0,8 + 0,2) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 29 \times 101 = 29 \times (100 + 1) = 29 \times 100 + 29 \times 1 = 2\ 900 + 29 = 2\ 929$$

$$G = 21 + 3,45 + 79 = 21 + 79 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $3 \times 3 = 3^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } (1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (1 + 4)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17.$$

$$\text{« } 4^2 = 8 \text{ » Faux. } 4^2 = 4 \times 4 = 16. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 4 \times 2 = 8, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$21 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$58 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 58 < 64 = 8^2) \quad 112 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°189



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 2 = 3 \times 16 - 2 = 48 - 2 = 46$

$$B = (3 \times 4)^2 - 2 = 12^2 - 2 = 144 - 2 = 142$$

$$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

$$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 2 = 5 \times 4^2 - 2 = 5 \times 16 - 2 = 80 - 2 = 78$$

$$B = (5x)^2 - 2 = (5 \times 4)^2 - 2 = 20^2 - 2 = 400 - 2 = 398$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de $8\,000\text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 88 et 138. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 0. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).