



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°19



CAPU0019

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 14 et du produit de 3 par 5.
- **B** est le produit de la somme de 14 et 3 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 6^2 + 5^2 \quad \mathbf{D} = (1 + 5)^2 \quad \mathbf{E} = (11 + 5) \times 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

566 divisé par 7 601 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 239 par 7 ? Justifier.

$$(a) \ 239 = 7 \times 35 - 6 \quad (b) \ 239 = 7 \times 33 + 8 \quad (c) \ 239 = 7 \times 34 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 268 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291					
1 143					
2 550					
9 664					
775					

2. Dans le nombre $25\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 5 est un diviseur de 128.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°19



CAPU0019

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 37 - 3 + 5 \quad B = 2 \times 6 - 3 \times 3$$

$$C = (6 + 3) \times 6 - 16 \quad D = 2 \times [34 - (6 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 6 + 2 \times 9 = 153 \quad 2 \times 8 - 2 \times 5 = 70$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 \quad F = 26 \times 11 \quad G = 2 \times 57 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 4 + 4 + 4 \quad 4 \times 4 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 128 ; 64 ; 118 ; 25 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 8 \quad B = (2 \times 4)^2 - 8$$

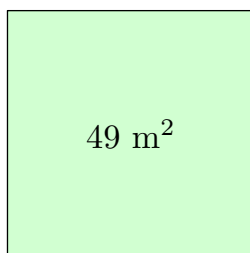
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $(a + 3)^2$ pour $a = 4$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 49 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 39 et 88.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°19



CAPU0019

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 14 + 3 \times 5 = 14 + 15 = 29$

$B = (14 + 3) \times 5 = 17 \times 5 = 85$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 6 et de 5.

$D = (1 + 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 5.

$E = (11 + 5) \times 3$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 11 et 5 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 80 = 560 \leq 566 < 567 = 7 \times 81$: le quotient est 80, le reste $566 - 560 = 6$.

$566 = 7 \times 80 + 6$, avec $6 < 7$.

$23 \times 26 = 598 \leq 601 < 621 = 23 \times 27$: le quotient est 26, le reste $601 - 598 = 3$.

$601 = 23 \times 26 + 3$, avec $3 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $239 = 7 \times 35 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $239 = 7 \times 33 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(c) $239 = 7 \times 34 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 34, reste 1.

Comme $1 < 34$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 239 par 34 : quotient 7, reste 1.

3. $268 = 20 \times 13 + 8$

En 13 soirs, elle lit 260 pages ; il lui en reste encore 8.

a) **Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 8 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291	non	oui	non	non	non
1 143	non	oui	non	oui	non
2 550	oui	oui	oui	non	oui
9 664	oui	non	non	non	non
775	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°19



CAPU0019

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 291 &\rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 & 1\,143 &\rightarrow 1 + 1 + 4 + 3 = 9 & 2\,550 &\rightarrow 2 + 5 + 5 + 0 = 12 \\ 9\,664 &\rightarrow 9 + 6 + 6 + 4 = 25 & 775 &\rightarrow 7 + 7 + 5 = 19 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 5 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9 ; \square = 8 : 15$$

2 solutions : 252, 258.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 5 est un diviseur de 128. » **Faux.** $128 = 5 \times 25 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 37 - 3 + 5 = 34 + 5 = 39$

$$B = 2 \times 6 - 3 \times 3 = 12 - 9 = 3$$

$$C = (6 + 3) \times 6 - 16 = 9 \times 6 - 16 = 54 - 16 = 38$$

$$D = 2 \times [34 - (6 + 8)] = 2 \times [34 - 14] = 2 \times 20 = 40$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 6 + 2) \times 9 = (15 + 2) \times 9 = 17 \times 9 = 153$$

$$(2 \times 8 - 2) \times 5 = (16 - 2) \times 5 = 14 \times 5 = 70$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 = 1,5 \times (0,4 + 0,6) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 26 \times 11 = 26 \times (10 + 1) = 26 \times 10 + 26 \times 1 = 260 + 26 = 286$$

$$G = 2 \times 57 \times 50 = 2 \times 50 \times 57 = 100 \times 57 = 5\,700$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $4 \times 4 = 4^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°19



CAPU0019

118 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2$) 128 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2$)

144 = 12^2 : **carré** 1 000 = 10^3 : **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 8 = 2 \times 16 - 8 = 32 - 8 = 24$

$B = (2 \times 4)^2 - 8 = 8^2 - 8 = 64 - 8 = 56$

$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 4$: $(a + 3)^2 = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$

Pour $a = 10$: $(a + 3)^2 = (10 + 3)^2 = 13^2 = 169$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 49 : $7 \times 7 = 49$, c'est-à-dire $7^2 = 49$.

a) **Le côté mesure 7 m.**

$4 \times 7 = 28$

b) **Le périmètre est de 28 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 39 et 88. » → encore 48 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 3. » → reste : 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » → reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).