



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°190



CAPU0190

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 4 et 7 par 7.
- **B** est la somme de 4 et du produit de 7 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4 \times 8^2 - 2 \quad \mathbf{D} = (3 + 2)^3 \quad \mathbf{E} = 2 \times 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$986 \text{ divisé par } 7 \quad 808 \text{ divisé par } 20$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 230 par 14 ? Justifier.

$$(a) \ 230 = 14 \times 15 + 20 \quad (b) \ 230 = 14 \times 17 - 8 \quad (c) \ 230 = 14 \times 16 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 176 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
355					
7 100					
627					
9 729					
7 768					

2. Dans le nombre $94\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 151.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°190



CAPU0190

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 25 + 8 \times 7 \quad B = 6 \times 6 - 4 \times 2$$

$$C = 89 - 5 \times (19 - 4) \quad D = 9,4 + 5 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 4 - 4 + 4 = 8 \quad 6 \times 3 + 6 + 7 = 96$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 44 \times 45 + 44 \times 55 \quad F = 19 \times 9 \quad G = 37 + 0,75 + 63$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 3 \times 3 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 74 ; 79 ; 25 ; 125 ; 39

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 2 \quad B = (4 \times 2)^2 - 2$$

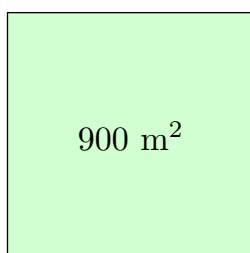
$$C = 7^2 + 6^2 \quad D = (7 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 2$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 900 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 9 et 41.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°190



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 7) \times 7 = 11 \times 7 = 77$

$B = 4 + 7 \times 7 = 4 + 49 = 53$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times 8^2 - 2$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 8 et 2.

$D = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

$E = 2 \times 4^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 140 = 980 \leq 986 < 987 = 7 \times 141$: le quotient est 140, le reste $986 - 980 = 6$.

$986 = 7 \times 140 + 6$, avec $6 < 7$.

$20 \times 40 = 800 \leq 808 < 820 = 20 \times 41$: le quotient est 40, le reste $808 - 800 = 8$.

$808 = 20 \times 40 + 8$, avec $8 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $230 = 14 \times 15 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(b) $230 = 14 \times 17 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $230 = 14 \times 16 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 16, reste 6.

Comme $6 < 16$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 230 par 16 : quotient 14, reste 6.

3. $176 = 25 \times 7 + 1$

En 7 soirs, elle lit 175 pages ; il lui en reste encore 1.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 1 page.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
355	non	non	oui	non	non
7 100	oui	non	oui	non	oui
627	non	oui	non	non	non
9 729	non	oui	non	oui	non
7 768	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°190



CAPU0190

Sommes des chiffres :

$$355 \rightarrow 3 + 5 + 5 = 13 \quad 7\,100 \rightarrow 7 + 1 + 0 + 0 = 8 \quad 627 \rightarrow 6 + 2 + 7 = 15$$
$$9\,729 \rightarrow 9 + 7 + 2 + 9 = 27 \quad 7\,768 \rightarrow 7 + 7 + 6 + 8 = 28$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 4 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15; \square = 8 : 21$$

2 solutions : 942, 948.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 80 est pair mais $80 = 3 \times 26 + 2$.
« 8 est un diviseur de 151. » **Faux.** $151 = 8 \times 18 + 7$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 25 + 8 \times 7 = 25 + 56 = 81$

$$B = 6 \times 6 - 4 \times 2 = 36 - 8 = 28$$

$$C = 89 - 5 \times (19 - 4) = 89 - 5 \times 15 = 89 - 75 = 14$$

$$D = 9,4 + 5 \times 1,2 = 9,4 + 6 = 15,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times 4 - (4 + 4) = 4 \times 4 - 8 = 16 - 8 = 8$$

$$6 \times (3 + 6 + 7) = 6 \times (9 + 7) = 6 \times 16 = 96$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 44 \times 45 + 44 \times 55 = 44 \times (45 + 55) = 44 \times 100 = 4\,400$$

$$F = 19 \times 9 = 19 \times (10 - 1) = 19 \times 10 - 19 \times 1 = 190 - 19 = 171$$

$$G = 37 + 0,75 + 63 = 37 + 63 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $3 \times 3 = 3^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (4 + 1)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17.$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2)$$

$$74 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2) \quad 79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°190



CAPU0190

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 2 = 4 \times 4 - 2 = 16 - 2 = 14$

$$B = (4 \times 2)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 64 - 2 = 62$$

$$C = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$$

$$D = (7 + 6)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 2 : 2a^3 = 2 \times 2^3 = 2 \times 8 = 16$$

$$\text{Pour } a = 10 : 2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 900 : $30 \times 30 = 900$, c'est-à-dire $30^2 = 900$.

a) **Le côté mesure 30 m.**

$$4 \times 30 = 120$$

b) **Le périmètre est de 120 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 9 et 41. » $\rightarrow$ encore 31 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 16, 36.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).