



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°191



CAPU0191

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 24 et 48 par 6.
- **B** est la somme de 24 et du quotient de 48 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 7^2 - 19 \quad D = 2 + 14 \div 2 \quad E = (24 + 12) \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$338 \text{ divisé par } 9 \quad 1\,775 \text{ divisé par } 11$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 333 par 15 ? Justifier.

$$(a) 333 = 15 \times 22 + 3 \quad (b) 333 = 15 \times 21 + 18 \quad (c) 333 = 15 \times 23 - 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 188 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 961					
305					
537					
3 360					
3 764					

2. Dans le nombre $9\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 147 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°191



CAPU0191

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 89 - 3 \times 8 \quad B = 6 \div 3 \times 4$$

$$C = 76 - 4 \times (11 - 8) \quad D = 3 \times [33 - (7 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 6 - 8 + 9 = 13 \quad 2 + 4 + 4 \times 7 = 58$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 47 \times 50 \quad F = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 \quad G = 20 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 2 + 2 + 2 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 8 \times 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 4^2 = 8^2 \quad 1^3 = 1 \quad 3^2 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 120 ; 64 ; 25 ; 75 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 7 \quad B = (2 \times 6)^2 - 7$$

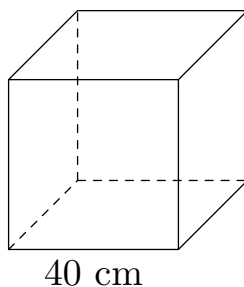
$$C = 3^2 + 5^2 \quad D = (3 + 5)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 3$ et $B = (5x)^2 - 3$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 71 et 118.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°191



CAPU0191

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (24 + 48) \div 6 = 72 \div 6 = 12$

$B = 24 + 48 \div 6 = 24 + 8 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 7^2 - 19$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 7 et 19.

$D = 2 + 14 \div 2$ est une **somme** : c'est la somme de 2 et du quotient de 14 par 2.

$E = (24 + 12) \div 6$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 24 et 12 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 37 = 333 \leq 338 < 342 = 9 \times 38$: le quotient est 37, le reste $338 - 333 = 5$.

$338 = 9 \times 37 + 5$, avec $5 < 9$.

$11 \times 161 = 1\,771 \leq 1\,775 < 1\,782 = 11 \times 162$: le quotient est 161, le reste $1\,775 - 1\,771 = 4$.

$1\,775 = 11 \times 161 + 4$, avec $4 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $333 = 15 \times 22 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $333 = 15 \times 21 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $333 = 15 \times 23 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 22, reste 3.

Comme $3 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 333 par 22 : quotient 15, reste 3.

3. $188 = 25 \times 7 + 13$

En 7 soirs, elle lit 175 pages ; il lui en reste encore 13.

a) Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 13 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 961	non	oui	non	oui	non
305	non	non	oui	non	non
537	non	oui	non	non	non
3 360	oui	oui	oui	non	oui
3 764	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°191



CAPU0191

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\ 961 &\rightarrow 2 + 9 + 6 + 1 = 18 & 305 &\rightarrow 3 + 0 + 5 = 8 & 537 &\rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 \\ 3\ 360 &\rightarrow 3 + 3 + 6 + 0 = 12 & 3\ 764 &\rightarrow 3 + 7 + 6 + 4 = 20 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 9 = 18 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 18; \square = 3 : 21; \square = 6 : 24; \square = 9 : 27$$

4 solutions : 909, 939, 969, 999.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 387, somme des chiffres 18.

« 147 est un multiple de 6. » **Faux.** $147 = 6 \times 24 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 89 - 3 \times 8 = 89 - 24 = 65$

$$B = 6 \div 3 \times 4 = 2 \times 4 = 8$$

$$C = 76 - 4 \times (11 - 8) = 76 - 4 \times 3 = 76 - 12 = 64$$

$$D = 3 \times [33 - (7 + 5)] = 3 \times [33 - 12] = 3 \times 21 = 63$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times 6 - (8 + 9) = 5 \times 6 - 17 = 30 - 17 = 13$$

$$2 + (4 + 4) \times 7 = 2 + 8 \times 7 = 2 + 56 = 58$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 47 \times 50 = 2 \times 50 \times 47 = 100 \times 47 = 4\ 700$$

$$F = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 20 \times 11 = 20 \times (10 + 1) = 20 \times 10 + 20 \times 1 = 200 + 20 = 220$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $8 \times 8 = 8^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $2 \times 4^2 = 8^2$ » **Faux.** $2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$, alors que $8^2 = 64$. Le carré ne porte que sur 4.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 3^2 = 6 \text{ » Faux. } 3^2 = 3 \times 3 = 9. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 3 \times 2 = 6, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 75 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2)$$

$$120 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 7 = 2 \times 36 - 7 = 72 - 7 = 65$

$$B = (2 \times 6)^2 - 7 = 12^2 - 7 = 144 - 7 = 137$$

$$C = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

$$D = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 3 = 5 \times 4^2 - 3 = 5 \times 16 - 3 = 80 - 3 = 77$$

$$B = (5x)^2 - 3 = (5 \times 4)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de **64 000 cm³**.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient **64 litres**.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 71 et 118. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).