



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°192



CAPU0192

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 3 \times 4^2 - 9 \quad D = 9 \times (10 - 5) \quad E = 7 + 6 \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

501 divisé par 8 1 234 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 404 par 10 ? Justifier.

$$(a) 404 = 10 \times 41 - 6 \quad (b) 404 = 10 \times 39 + 14 \quad (c) 404 = 10 \times 40 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 234 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
627					
4 490					
7 462					
9 351					
475					

2. Dans le nombre $78\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 133 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°192



CAPU0192

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 86 - 4 \times 9 \quad B = 16 + 48 \div 6 \times 2$$

$$C = (8 + 4) \times 5 - 11 \quad D = 1,8 + 3 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 4 - 8 + 3 = 9 \quad 9 \times 8 - 2 - 4 = 18$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 \times 101 \quad F = 26 \times 24 + 26 \times 76 \quad G = 2 \times 96 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 + 7 + 7 \quad 5 \times 5 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3 \times 3^2 = 9^2 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 136 ; 121 ; 127 ; 108 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 8 \quad B = (3 \times 5)^2 - 8$$

$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 4$ et $B = (2a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 104 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 90 et 134.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 0.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°192



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 \times 4^2 - 9$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 4 et 9.

$D = 9 \times (10 - 5)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 10 et 5.

$E = 7 + 6 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 7 et du produit de 6 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 62 = 496 \leq 501 < 504 = 8 \times 63$: le quotient est 62, le reste $501 - 496 = 5$.

$501 = 8 \times 62 + 5$, avec $5 < 8$.

$18 \times 68 = 1\,224 \leq 1\,234 < 1\,242 = 18 \times 69$: le quotient est 68, le reste $1\,234 - 1\,224 = 10$.

$1\,234 = 18 \times 68 + 10$, avec $10 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $404 = 10 \times 41 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $404 = 10 \times 39 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $404 = 10 \times 40 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 40, reste 4.

Comme $4 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 404 par 40 : quotient 10, reste 4.

3. $234 = 12 \times 19 + 6$, avec $6 < 12$

a) Elle remplit 19 boîtes pleines.

b) Il reste 6 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
627	non	oui	non	non	non
4 490	oui	non	oui	non	oui
7 462	oui	non	non	non	non
9 351	non	oui	non	oui	non
475	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°192



CAPU0192

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 627 &\rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 & 4\,490 &\rightarrow 4 + 4 + 9 + 0 = 17 & 7\,462 &\rightarrow 7 + 4 + 6 + 2 = 19 \\ 9\,351 &\rightarrow 9 + 3 + 5 + 1 = 18 & 475 &\rightarrow 4 + 7 + 5 = 16 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 8 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15$$

Une seule solution : 780.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 53 se termine par 3, mais $53 = 3 \times 17 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 133 est un multiple de 7. » **Vrai.** $133 = 7 \times 19$: le reste de la division de 133 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 86 - 4 \times 9 = 86 - 36 = 50$

$$B = 16 + 48 \div 6 \times 2 = 16 + 8 \times 2 = 16 + 16 = 32$$

$$C = (8 + 4) \times 5 - 11 = 12 \times 5 - 11 = 60 - 11 = 49$$

$$D = 1,8 + 3 \times 0,5 = 1,8 + 1,5 = 3,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times 4 - (8 + 3) = 5 \times 4 - 11 = 20 - 11 = 9$$

$$9 \times (8 - 2 - 4) = 9 \times (6 - 4) = 9 \times 2 = 18$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 \times 101 = 20 \times (100 + 1) = 20 \times 100 + 20 \times 1 = 2\,000 + 20 = 2\,020$$

$$F = 26 \times 24 + 26 \times 76 = 26 \times (24 + 76) = 26 \times 100 = 2\,600$$

$$G = 2 \times 96 \times 5 = 2 \times 5 \times 96 = 10 \times 96 = 960$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $3 \times 3^2 = 9^2$ » **Faux.** $3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$, alors que $9^2 = 81$. Le carré ne porte que sur 3.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$108 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 108 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°192



127 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 127 < 144 = 12^2$) 136 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 136 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 8 = 3 \times 25 - 8 = 75 - 8 = 67$

$$B = (3 \times 5)^2 - 8 = 15^2 - 8 = 225 - 8 = 217$$

$$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 4 = 2 \times 2^2 - 4 = 2 \times 4 - 4 = 8 - 4 = 4$$

$$B = (2a)^2 - 4 = (2 \times 2)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 16 - 4 = 12$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 104 :

$$10^2 = 100 \leq 104 \text{ et } 11^2 = 121 > 104.$$

a) Elle mettra 10 dalles sur chaque côté.

$$104 - 100 = 4$$

b) Il lui restera 4 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 90 et 134. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 0. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).