



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°193



CAPU0193

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 20 et 30 par 5.
- **B** est la somme de 20 et du quotient de 30 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4 \times 7^2 - 18 \quad \mathbf{D} = (2 + 1)^3 \quad \mathbf{E} = (4 + 6) \times 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$931 \text{ divisé par } 9 \quad 661 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 444 par 15 ? Justifier.

$$(a) 444 = 15 \times 28 + 24 \quad (b) 444 = 15 \times 29 + 9 \quad (c) 444 = 15 \times 30 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
177					
9 207					
665					
4 288					
3 980					

2. Dans le nombre $82\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 92 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°193



CAPU0193

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 23 - 8 + 10 \quad B = 8 + 27 \div 3 \times 3$$

$$C = (9 + 6) \times 4 - 5 \quad D = 9,1 + 2 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 - 3 + 4 - 5 = 7 \quad 8 \times 7 + 6 - 5 = 64$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 36 \times 11 \quad F = 2 \times 20 \times 50 \quad G = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 12 \times 12$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^2 = 6 \quad 2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 97 ; 121 ; 100 ; 46 ; 90

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 6 \quad B = (3 \times 5)^2 - 6$$

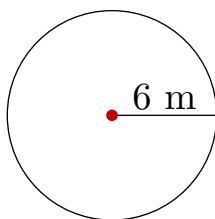
$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 12 = 8x$ est-elle vraie pour $x = 8$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 6 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 203 et 259.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (20 + 30) \div 5 = 50 \div 5 = 10$

$B = 20 + 30 \div 5 = 20 + 6 = 26$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times 7^2 - 18$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 7 et 18.

$D = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$E = (4 + 6) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 4 et 6 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 103 = 927 \leq 931 < 936 = 9 \times 104$: le quotient est 103, le reste $931 - 927 = 4$.

$931 = 9 \times 103 + 4$, avec $4 < 9$.

$22 \times 30 = 660 \leq 661 < 682 = 22 \times 31$: le quotient est 30, le reste $661 - 660 = 1$.

$661 = 22 \times 30 + 1$, avec $1 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $444 = 15 \times 28 + 24$: le « reste » 24 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $444 = 15 \times 29 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 15. ✓

(c) $444 = 15 \times 30 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 29, reste 9.

Comme $9 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 444 par 29 : quotient 15, reste 9.

3. $54 = 8 \times 6 + 6$, avec $6 < 8$

a) Chaque joueur reçoit 6 cartes.

b) La pioche contient 6 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
177	non	oui	non	non	non
9 207	non	oui	non	oui	non
665	non	non	oui	non	non
4 288	oui	non	non	non	non
3 980	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°193



CAPU0193

Sommes des chiffres :

$$177 \rightarrow 1 + 7 + 7 = 15 \quad 9\,207 \rightarrow 9 + 2 + 0 + 7 = 18 \quad 665 \rightarrow 6 + 6 + 5 = 17$$
$$4\,288 \rightarrow 4 + 2 + 8 + 8 = 22 \quad 3\,980 \rightarrow 3 + 9 + 8 + 0 = 20$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 2 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 825.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 92 est un multiple de 7. » **Faux.** $92 = 7 \times 13 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 23 - 8 + 10 = 15 + 10 = 25$

$$B = 8 + 27 \div 3 \times 3 = 8 + 9 \times 3 = 8 + 27 = 35$$

$$C = (9 + 6) \times 4 - 5 = 15 \times 4 - 5 = 60 - 5 = 55$$

$$D = 9,1 + 2 \times 1,2 = 9,1 + 2,4 = 11,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 - (3 + 4 - 5) = 9 - (7 - 5) = 9 - 2 = 7$$

$$8 \times (7 + 6 - 5) = 8 \times (13 - 5) = 8 \times 8 = 64$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 36 \times 11 = 36 \times (10 + 1) = 36 \times 10 + 36 \times 1 = 360 + 36 = 396$$

$$F = 2 \times 20 \times 50 = 2 \times 50 \times 20 = 100 \times 20 = 2\,000$$

$$G = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 = 12,5 \times (0,25 + 0,75) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $12 \times 12 = 12^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $3^2 = 6$ » **Faux.** $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2) \quad 90 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2)$$

$$97 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°193



CAPU0193

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 3 \times 5^2 - 6 = 3 \times 25 - 6 = 75 - 6 = 69$$

$$B = (3 \times 5)^2 - 6 = 15^2 - 6 = 225 - 6 = 219$$

$$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$$

$$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 8 : x^2 + 12 = 8^2 + 12 = 64 + 12 = 76 \text{ et } 8x = 8 \times 8 = 64.$$

$76 \neq 64$: l'égalité est fausse pour $x = 8$.

$$\text{Pour } x = 6 : x^2 + 12 = 6^2 + 12 = 36 + 12 = 48 \text{ et } 8x = 8 \times 6 = 48.$$

$48 = 48$: l'égalité est vraie pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 6 et 2.)

Exercice 7 — Correction

$$1. A = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$$

a) **L'aire exacte est $36\pi \text{ m}^2$.**

$$36 \times 3,14 = 113,04$$

b) **L'aire vaut environ 113 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 6^2$, et non $(\pi \times 6)^2$. On élève 6 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 203 et 259. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 225, 256.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).