



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°194



CAPU0194

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 8 et 14 par 2.
- **B** est la somme de 8 et du quotient de 14 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 2)^3 \quad D = (2 \times 3)^2 \quad E = 19 + 15 \div 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

926 divisé par 4 2 218 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 134 par 10 ? Justifier.

$$(a) 134 = 10 \times 14 - 6 \quad (b) 134 = 10 \times 12 + 14 \quad (c) 134 = 10 \times 13 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 188 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 120					
325					
8 937					
777					
2 576					

2. Dans le nombre $4\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 84 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°194



CAPU0194

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 69 - 2 \times 2 \quad B = 3 + 15 \div 3 \times 3$$

$$C = (12 + 6) \times 4 - 13 \quad D = 5 \times [21 - (4 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 3 \times 8 \times 6 = 180 \quad 6 + 8 \times 8 - 7 = 14$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 71 + 3,45 + 29 \quad F = 13 \times 99 \quad G = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 2 + 2 + 2 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \quad 3^3 = 9 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

117 ; 100 ; 113 ; 64 ; 27 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 4 \quad B = (5 \times 4)^2 - 4$$

$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 5$ et $B = (4x)^2 - 5$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 94 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 11 et 47. Je suis le carré d'un nombre entier. Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°194



CAPU0194

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (8 + 14) \div 2 = 22 \div 2 = 11$

$B = 8 + 14 \div 2 = 8 + 7 = 15$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

$D = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$E = 19 + 15 \div 5$ est une **somme** : c'est la somme de 19 et du quotient de 15 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 231 = 924 \leq 926 < 928 = 4 \times 232$: le quotient est 231, le reste $926 - 924 = 2$.

$926 = 4 \times 231 + 2$, avec $2 < 4$.

$22 \times 100 = 2\,200 \leq 2\,218 < 2\,222 = 22 \times 101$: le quotient est 100, le reste $2\,218 - 2\,200 = 18$.

$2\,218 = 22 \times 100 + 18$, avec $18 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $134 = 10 \times 14 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $134 = 10 \times 12 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $134 = 10 \times 13 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 13, reste 4.

Comme $4 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 134 par 13 : quotient 10, reste 4.

3. $188 = 15 \times 12 + 8$

En 12 soirs, elle lit 180 pages ; il lui en reste encore 8.

a) Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 8 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 120	oui	non	oui	non	oui
325	non	non	oui	non	non
8 937	non	oui	non	oui	non
777	non	oui	non	non	non
2 576	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°194



CAPU0194

Sommes des chiffres :

$$2\ 120 \rightarrow 2 + 1 + 2 + 0 = 5 \quad 325 \rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \quad 8\ 937 \rightarrow 8 + 9 + 3 + 7 = 27$$
$$777 \rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 \quad 2\ 576 \rightarrow 2 + 5 + 7 + 6 = 20$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 7 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 7 : 18$$

Une seule solution : 477.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai**. Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 84 est un multiple de 3. » **Vrai**. $84 = 3 \times 28$: le reste de la division de 84 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 69 - 2 \times 2 = 69 - 4 = 65$

$$B = 3 + 15 \div 3 \times 3 = 3 + 5 \times 3 = 3 + 15 = 18$$

$$C = (12 + 6) \times 4 - 13 = 18 \times 4 - 13 = 72 - 13 = 59$$

$$D = 5 \times [21 - (4 + 5)] = 5 \times [21 - 9] = 5 \times 12 = 60$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 3 \times 8) \times 6 = (6 + 24) \times 6 = 30 \times 6 = 180$$

$$6 + 8 \times (8 - 7) = 6 + 8 \times 1 = 6 + 8 = 14$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 71 + 3,45 + 29 = 71 + 29 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 13 \times 99 = 13 \times (100 - 1) = 13 \times 100 - 13 \times 1 = 1\ 300 - 13 = 1\ 287$$

$$G = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 = 12,5 \times (0,25 + 0,75) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $(1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2$ » **Faux**. $(1 + 4)^2 = 5^2 = 25$, alors que $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$.

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$113 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 113 < 121 = 11^2) \quad 117 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 117 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°194



CAPU0194

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 4 = 5 \times 16 - 4 = 80 - 4 = 76$

$$B = (5 \times 4)^2 - 4 = 20^2 - 4 = 400 - 4 = 396$$

$$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$$

$$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 5 = 4 \times 3^2 - 5 = 4 \times 9 - 5 = 36 - 5 = 31$$

$$B = (4x)^2 - 5 = (4 \times 3)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 94 :

$$9^2 = 81 \leq 94 \text{ et } 10^2 = 100 > 94.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$94 - 81 = 13$$

b) Il lui restera 13 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 11 et 47. » $\rightarrow$ encore 35 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 16, 36.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).