



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°195



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 10 et du quotient de 25 par 5.
- **B** est le quotient de la somme de 10 et 25 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 9^2 \quad D = (2 \times 4)^2 \quad E = 2^2 + 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

198 divisé par 8 2 442 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 68 par 6 ? Justifier.

$$(a) 68 = 6 \times 10 + 8 \quad (b) 68 = 6 \times 11 + 2 \quad (c) 68 = 6 \times 12 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 174 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 617					
155					
897					
9 412					
1 670					

2. Dans le nombre $40\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 184 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°195



CAPU0195

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 38 - 7 + 10 \quad B = 21 \div 3 \times 5$$

$$C = 90 - 4 \times (14 - 5) \quad D = 4 \times [25 - (5 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 7 \times 2 - 7 = 17 \quad 8 + 9 + 7 \times 8 = 192$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 90 \times 25 \quad F = 38 \times 40 - 38 \times 30 \quad G = 26 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^3 = 9 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 8 ; 100 ; 25 ; 91 ; 145

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 2 \quad B = (3 \times 6)^2 - 2$$

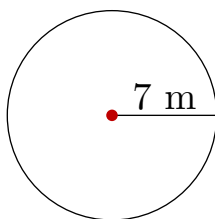
$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 12 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 7 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 74 et 126.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 0.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°195



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 10 + 25 \div 5 = 10 + 5 = 15$

$B = (10 + 25) \div 5 = 35 \div 5 = 7$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$D = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$E = 2^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 2 et de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 24 = 192 \leq 198 < 200 = 8 \times 25$: le quotient est 24, le reste $198 - 192 = 6$.

$198 = 8 \times 24 + 6$, avec $6 < 8$.

$13 \times 187 = 2\,431 \leq 2\,442 < 2\,444 = 13 \times 188$: le quotient est 187, le reste $2\,442 - 2\,431 = 11$.

$2\,442 = 13 \times 187 + 11$, avec $11 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $68 = 6 \times 10 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $68 = 6 \times 11 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $68 = 6 \times 12 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 11, reste 2.

Comme $2 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 68 par 11 : quotient 6, reste 2.

3. $174 = 12 \times 14 + 6$, avec $6 < 12$

a) Elle remplit 14 boîtes pleines.

b) Il reste 6 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 617	non	oui	non	oui	non
155	non	non	oui	non	non
897	non	oui	non	non	non
9 412	oui	non	non	non	non
1 670	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°195



CAPU0195

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 4\,617 &\rightarrow 4 + 6 + 1 + 7 = 18 & 155 &\rightarrow 1 + 5 + 5 = 11 & 897 &\rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 \\ 9\,412 &\rightarrow 9 + 4 + 1 + 2 = 16 & 1\,670 &\rightarrow 1 + 6 + 7 + 0 = 14 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 0 + \square = 4 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 405.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 12 est divisible par 3 ($12 = 3 \times 4$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 184 est un multiple de 8. » **Vrai.** $184 = 8 \times 23$: le reste de la division de 184 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 38 - 7 + 10 = 31 + 10 = 41$

$$B = 21 \div 3 \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

$$C = 90 - 4 \times (14 - 5) = 90 - 4 \times 9 = 90 - 36 = 54$$

$$D = 4 \times [25 - (5 + 8)] = 4 \times [25 - 13] = 4 \times 12 = 48$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 7) \times 2 - 7 = 12 \times 2 - 7 = 24 - 7 = 17$$

$$(8 + 9 + 7) \times 8 = (17 + 7) \times 8 = 24 \times 8 = 192$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 90 \times 25 = 4 \times 25 \times 90 = 100 \times 90 = 9\,000$$

$$F = 38 \times 40 - 38 \times 30 = 38 \times (40 - 30) = 38 \times 10 = 380$$

$$G = 26 \times 9 = 26 \times (10 - 1) = 26 \times 10 - 26 \times 1 = 260 - 26 = 234$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $9 \times 9 = 9^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $3^3 = 9$ » **Faux.** $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 91 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 91 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°195



$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 145 : \text{ni l'un ni l'autre} (12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 3 \times 6^2 - 2 = 3 \times 36 - 2 = 108 - 2 = 106$$

$$B = (3 \times 6)^2 - 2 = 18^2 - 2 = 324 - 2 = 322$$

$$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$$

$$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 + 12 = 2^2 + 12 = 4 + 12 = 16 \text{ et } 8n = 8 \times 2 = 16.$$

16 = 16 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 12 = 1^2 + 12 = 1 + 12 = 13 \text{ et } 8n = 8 \times 1 = 8.$$

13 $\neq$ 8 : l'égalité est fausse pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 6$, et seulement pour 2 et 6.)

Exercice 7 — Correction

$$1. A = \pi \times 7^2 = \pi \times 49 = 49\pi$$

a) **L'aire exacte est $49\pi \text{ m}^2$.**

$$49 \times 3,14 = 153,86$$

b) **L'aire vaut environ 154 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 7^2$, et non $(\pi \times 7)^2$. On élève 7 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 74 et 126. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 0. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).