



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°196



CAPU0196

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 10 et 16 par 2.
- **B** est la somme de 10 et du quotient de 16 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4 + 56 \div 7 \quad \mathbf{D} = (6 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = 9 \times (15 - 10)$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

159 divisé par 4      1 859 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 226 par 7 ? Justifier.

$$(a) 226 = 7 \times 32 + 2 \quad (b) 226 = 7 \times 33 - 5 \quad (c) 226 = 7 \times 31 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 3 850  |       |       |       |       |        |
| 6 561  |       |       |       |       |        |
| 845    |       |       |       |       |        |
| 777    |       |       |       |       |        |
| 2 602  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $23\square$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 240 est un multiple de 8.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°196



CAPU0196

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 2 + 7 \times 2 \quad B = 15 + 48 \div 6 \times 3$$

$$C = 64 - 3 \times (18 - 2) \quad D = 3 \times [27 - (2 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 4 + 2 - 4 = 44 \quad 5 - 4 + 6 \times 7 = 49$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 37 \times 99 \quad F = 17 \times 11 + 17 \times 89 \quad G = 4 \times 74 \times 25$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 + 7 + 7 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2 \quad 2 \times 6^2 = 12^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

46 ; 16 ; 30 ; 73 ; 49 ; 125

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 7 \quad B = (4 \times 4)^2 - 7$$

$$C = 3^2 + 5^2 \quad D = (3 + 5)^2$$

2. On pose  $A = 4x^2 - 2$  et  $B = (4x)^2 - 2$ . Calculer A et B pour  $x = 2$ .

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 31 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 87 et 138.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°196



CAPU0196

## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (10 + 16) \div 2 = 26 \div 2 = 13$

$B = 10 + 16 \div 2 = 10 + 8 = 18$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 4 + 56 \div 7$  est une **somme** : c'est la somme de 4 et du quotient de 56 par 7.

$D = (6 + 7)^2$  est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 7.

$E = 9 \times (15 - 10)$  est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 15 et 10.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $4 \times 39 = 156 \leq 159 < 160 = 4 \times 40$  : le quotient est 39, le reste  $159 - 156 = 3$ .

$159 = 4 \times 39 + 3$ , avec  $3 < 4$ .

$24 \times 77 = 1\,848 \leq 1\,859 < 1\,872 = 24 \times 78$  : le quotient est 77, le reste  $1\,859 - 1\,848 = 11$ .

$1\,859 = 24 \times 77 + 11$ , avec  $11 < 24$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 7$  » :

(a)  $226 = 7 \times 32 + 2$  : le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

(b)  $226 = 7 \times 33 - 5$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(c)  $226 = 7 \times 31 + 9$  : le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

**C'est l'égalité (a) : quotient 32, reste 2.**

Comme  $2 < 32$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 226 par 32 : quotient 7, reste 2.

3.  $32 = 5 \times 6 + 2$ , avec  $2 < 5$

**a) Chaque joueur reçoit 6 cartes.**

**b) La pioche contient 2 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 3 850  | oui   | non   | oui   | non   | oui    |
| 6 561  | non   | oui   | non   | oui   | non    |
| 845    | non   | non   | oui   | non   | non    |
| 777    | non   | oui   | non   | non   | non    |
| 2 602  | oui   | non   | non   | non   | non    |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°196



CAPU0196

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\ 850 &\rightarrow 3 + 8 + 5 + 0 = 16 & 6\ 561 &\rightarrow 6 + 5 + 6 + 1 = 18 & 845 &\rightarrow 8 + 4 + 5 = 17 \\ 777 &\rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 & 2\ 602 &\rightarrow 2 + 6 + 0 + 2 = 10 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 :  $\square$  est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 :  $2 + 3 + \square = 5 + \square$  doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 9$$

**Une seule solution : 234.**

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 38 est pair mais  $38 = 3 \times 12 + 2$ .  
« 240 est un multiple de 8. » **Vrai.**  $240 = 8 \times 30$  : le reste de la division de 240 par 8 est nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 2 + 7 \times 2 = 2 + 14 = 16$

$$B = 15 + 48 \div 6 \times 3 = 15 + 8 \times 3 = 15 + 24 = 39$$

$$C = 64 - 3 \times (18 - 2) = 64 - 3 \times 16 = 64 - 48 = 16$$

$$D = 3 \times [27 - (2 + 6)] = 3 \times [27 - 8] = 3 \times 19 = 57$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (4 + 2) - 4 = 8 \times 6 - 4 = 48 - 4 = 44$$

$$(5 - 4 + 6) \times 7 = (1 + 6) \times 7 = 7 \times 7 = 49$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 37 \times 99 = 37 \times (100 - 1) = 37 \times 100 - 37 \times 1 = 3\ 700 - 37 = 3\ 663$$

$$F = 17 \times 11 + 17 \times 89 = 17 \times (11 + 89) = 17 \times 100 = 1\ 700$$

$$G = 4 \times 74 \times 25 = 4 \times 25 \times 74 = 100 \times 74 = 7\ 400$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$      $3 \times 3 \times 3 = 3^3$      $6 \times 6 = 6^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2.  $9^2 = 9 \times 9 = 81$      $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$      $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
     $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. «  $(5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2$  » **Faux.**  $(5 + 2)^2 = 7^2 = 49$ , alors que  $5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$ .

$$\text{« } 2 \times 6^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 30 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 30 < 36 = 6^2)$$

$$46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$73 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 73 < 81 = 9^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°196



CAPU0196

### Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 4 \times 4^2 - 7 = 4 \times 16 - 7 = 64 - 7 = 57$

$$B = (4 \times 4)^2 - 7 = 16^2 - 7 = 256 - 7 = 249$$

$$C = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

$$D = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$  : dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $4 \times 4$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes  $\times$ .

$$A = 4x^2 - 2 = 4 \times 2^2 - 2 = 4 \times 4 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$B = (4x)^2 - 2 = (4 \times 2)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 64 - 2 = 62$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit  $4x$  tout entier.

### Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise  $n \times n = n^2$ . On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 31 :

$$5^2 = 25 \leq 31 \text{ et } 6^2 = 36 > 31.$$

**a) Elle mettra 5 dalles sur chaque côté.**

$$31 - 25 = 6$$

**b) Il lui restera 6 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 87 et 138. »  $\rightarrow$  encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 100, 121.

« Je suis divisible par 5. »  $\rightarrow$  reste : 100.

**Le nombre mystère est 100 ( $100 = 10^2$ ).**