



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°197



CAPU0197

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 8 et du quotient de 8 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 8 et 8 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (27 + 9) \div 4 \quad D = 48 - 5 \times 6 \quad E = 11 + 54 \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

179 divisé par 8 2 004 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 350 par 9 ? Justifier.

$$(a) 350 = 9 \times 38 + 8 \quad (b) 350 = 9 \times 37 + 17 \quad (c) 350 = 9 \times 39 - 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 245 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- a) Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
b) Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
445					
1 017					
111					
8 042					
1 930					

2. Dans le nombre $88\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 58.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°197



CAPU0197

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 86 - 2 \times 4 \quad B = 2 \times 7 - 2 \times 4$$

$$C = 86 - 3 \times (20 - 2) \quad D = 4 \times [24 - (9 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 5 - 8 + 2 = 25 \quad 5 + 3 \times 9 + 8 = 56$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 30 \times 99 \quad F = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 \quad G = 4 \times 31 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 8 + 8 + 8 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 12 \times 12$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 1^3 = 1 \quad (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 64 ; 134 ; 121 ; 1 000 ; 92

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 2 \quad B = (5 \times 4)^2 - 2$$

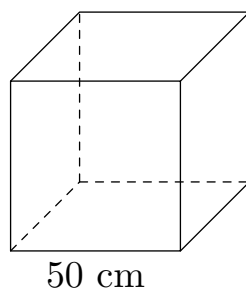
$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 10 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 4$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 9 et 49.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°197



CAPU0197

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 8 + 8 \div 2 = 8 + 4 = 12$

$$B = (8 + 8) \div 2 = 16 \div 2 = 8$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (27 + 9) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 27 et 9 par 4.

$$D = 48 - 5 \times 6$$
 est une **différence** : c'est la différence entre 48 et le produit de 5 par 6.

$$E = 11 + 54 \div 6$$
 est une **somme** : c'est la somme de 11 et du quotient de 54 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 22 = 176 \leq 179 < 184 = 8 \times 23$: le quotient est 22, le reste $179 - 176 = 3$.

$$179 = 8 \times 22 + 3, \text{ avec } 3 < 8.$$

$$18 \times 111 = 1\,998 \leq 2\,004 < 2\,016 = 18 \times 112$$
 : le quotient est 111, le reste $2\,004 - 1\,998 = 6$.

$$2\,004 = 18 \times 111 + 6, \text{ avec } 6 < 18.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $350 = 9 \times 38 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $350 = 9 \times 37 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $350 = 9 \times 39 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 38, reste 8.

Comme $8 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 350 par 38 : quotient 9, reste 8.

3. $245 = 12 \times 20 + 5$, avec $5 < 12$

a) Elle remplit 20 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
445	non	non	oui	non	non
1 017	non	oui	non	oui	non
111	non	oui	non	non	non
8 042	oui	non	non	non	non
1 930	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°197



CAPU0197

Sommes des chiffres :

$$445 \rightarrow 4 + 4 + 5 = 13 \quad 1\,017 \rightarrow 1 + 0 + 1 + 7 = 9 \quad 111 \rightarrow 1 + 1 + 1 = 3$$
$$8\,042 \rightarrow 8 + 0 + 4 + 2 = 14 \quad 1\,930 \rightarrow 1 + 9 + 3 + 0 = 13$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 8 + \square = 16 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 21$$

Une seule solution : 885.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 693, somme des chiffres 18.

« 4 est un diviseur de 58. » **Faux.** $58 = 4 \times 14 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 86 - 2 \times 4 = 86 - 8 = 78$

$$B = 2 \times 7 - 2 \times 4 = 14 - 8 = 6$$

$$C = 86 - 3 \times (20 - 2) = 86 - 3 \times 18 = 86 - 54 = 32$$

$$D = 4 \times [24 - (9 + 2)] = 4 \times [24 - 11] = 4 \times 13 = 52$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times 5 - (8 + 2) = 7 \times 5 - 10 = 35 - 10 = 25$$

$$5 + 3 \times (9 + 8) = 5 + 3 \times 17 = 5 + 51 = 56$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 30 \times 99 = 30 \times (100 - 1) = 30 \times 100 - 30 \times 1 = 3\,000 - 30 = 2\,970$$

$$F = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 = 2,7 \times (0,8 + 0,2) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$G = 4 \times 31 \times 25 = 4 \times 25 \times 31 = 100 \times 31 = 3\,100$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $12 \times 12 = 12^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $(5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2$ » **Faux.** $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$, alors que $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 92 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 92 < 100 = 10^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$134 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 2 = 5 \times 16 - 2 = 80 - 2 = 78$

$B = (5 \times 4)^2 - 2 = 20^2 - 2 = 400 - 2 = 398$

$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$

$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 4$: $x^2 + 10 = 4^2 + 10 = 16 + 10 = 26$ et $7x = 7 \times 4 = 28$.

26 $\neq$ 28 : l'égalité est fausse pour $x = 4$.

Pour $x = 5$: $x^2 + 10 = 5^2 + 10 = 25 + 10 = 35$ et $7x = 7 \times 5 = 35$.

35 = 35 : l'égalité est vraie pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 5 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$125\,000 \div 1\,000 = 125$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 9 et 49. » $\rightarrow$ encore 39 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).