



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°198



CAPU0198

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 11 et du produit de 9 par 3.
- **B** est le produit de la somme de 11 et 9 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{D} = 4 \times 5^2 - 20 \quad \mathbf{E} = 19 + 40 \div 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

618 divisé par 4 2 026 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 123 par 8 ? Justifier.

$$(a) 123 = 8 \times 15 + 3 \quad (b) 123 = 8 \times 16 - 5 \quad (c) 123 = 8 \times 14 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 267 pages. Nina en lit 18 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 761					
7 010					
785					
681					
1 988					

2. Dans le nombre $8\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 120.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°198



CAPU0198

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 29 - 10 + 8 \quad B = 8 + 48 \div 6 \times 3$$

$$C = 89 - 3 \times (19 - 4) \quad D = [6 + 9 \times (9 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 9 \times 3 + 6 = 45 \quad 5 \times 3 + 3 - 9 = 21$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 22 \times 101 \quad F = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 \quad G = 2 \times 46 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 5 \times 5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 104 ; 25 ; 106 ; 50 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 7 \quad B = (3 \times 3)^2 - 7$$

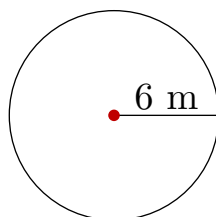
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 - 3n + 2$ pour $n = 6$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 6 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 47 et 100.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°198



CAPU0198

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 11 + 9 \times 3 = 11 + 27 = 38$

$B = (11 + 9) \times 3 = 20 \times 3 = 60$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = 4 \times 5^2 - 20$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 5 et 20.

$E = 19 + 40 \div 5$ est une **somme** : c'est la somme de 19 et du quotient de 40 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 154 = 616 \leq 618 < 620 = 4 \times 155$: le quotient est 154, le reste $618 - 616 = 2$.

$618 = 4 \times 154 + 2$, avec $2 < 4$.

$24 \times 84 = 2\,016 \leq 2\,026 < 2\,040 = 24 \times 85$: le quotient est 84, le reste $2\,026 - 2\,016 = 10$.

$2\,026 = 24 \times 84 + 10$, avec $10 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $123 = 8 \times 15 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $123 = 8 \times 16 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $123 = 8 \times 14 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 15, reste 3.

Comme $3 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 123 par 15 : quotient 8, reste 3.

3. $267 = 18 \times 14 + 15$

En 14 soirs, elle lit 252 pages ; il lui en reste encore 15.

a) Il lui faut $14 + 1 = 15$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 15 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 761	non	oui	non	oui	non
7 010	oui	non	oui	non	oui
785	non	non	oui	non	non
681	non	oui	non	non	non
1 988	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°198



CAPU0198

Sommes des chiffres :

$$4\ 761 \rightarrow 4 + 7 + 6 + 1 = 18 \quad 7\ 010 \rightarrow 7 + 0 + 1 + 0 = 8 \quad 785 \rightarrow 7 + 8 + 5 = 20$$
$$681 \rightarrow 6 + 8 + 1 = 15 \quad 1\ 988 \rightarrow 1 + 9 + 8 + 8 = 26$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 7 = 15 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 18$$

Une seule solution : 837.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 4 est un diviseur de 120. » **Vrai.** $120 = 4 \times 30$: le reste de la division de 120 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 29 - 10 + 8 = 19 + 8 = 27$

$$B = 8 + 48 \div 6 \times 3 = 8 + 8 \times 3 = 8 + 24 = 32$$

$$C = 89 - 3 \times (19 - 4) = 89 - 3 \times 15 = 89 - 45 = 44$$

$$D = [6 + 9 \times (9 - 3)] \div 2 = [6 + 9 \times 6] \div 2 = [6 + 54] \div 2 = 60 \div 2 = 30$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 + 9) \times 3 + 6 = 13 \times 3 + 6 = 39 + 6 = 45$$

$$5 \times (3 + 3) - 9 = 5 \times 6 - 9 = 30 - 9 = 21$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 22 \times 101 = 22 \times (100 + 1) = 22 \times 100 + 22 \times 1 = 2\ 200 + 22 = 2\ 222$$

$$F = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 = 1,5 \times (0,4 + 0,6) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 2 \times 46 \times 50 = 2 \times 50 \times 46 = 100 \times 46 = 4\ 600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $5 \times 5 = 5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 50 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 104 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2)$$

$$106 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 106 < 121 = 11^2) \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°198



CAPU0198

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$

$$B = (3 \times 3)^2 - 7 = 9^2 - 7 = 81 - 7 = 74$$

$$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 - 3n + 2 = 6^2 - 3 \times 6 + 2 = 36 - 3 \times 6 + 2 = 36 - 18 + 2 = 18 + 2 = 20$$

$$\text{Pour } n = 10 : n^2 - 3n + 2 = 10^2 - 3 \times 10 + 2 = 100 - 3 \times 10 + 2 = 100 - 30 + 2 = 70 + 2 = 72$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$

a) L'aire exacte est $36\pi \text{ m}^2$.

$$36 \times 3,14 = 113,04$$

b) L'aire vaut environ 113 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 6^2$, et non $(\pi \times 6)^2$. On élève 6 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 47 et 100. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49, 81.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).