



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°199



CAPU0199

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 3)^2 \quad D = 2 \times 7^2 \quad E = 3 \times 7^2 - 13$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

853 divisé par 9 2 089 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 106 par 11 ? Justifier.

$$(a) 106 = 11 \times 10 - 4 \quad (b) 106 = 11 \times 8 + 18 \quad (c) 106 = 11 \times 9 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 76 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 76 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 389					
4 530					
4 574					
147					
445					

2. Dans le nombre $45\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 101 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°199



CAPU0199

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 - 15 + 7 \quad B = 24 \div 4 \times 3$$

$$C = (9 \times 4 - 1) \div 4 \quad D = 9,9 + 3 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 2 \times 3 \times 4 = 40 \quad 2 \times 5 + 5 \times 6 = 120$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad F = 75 + 12,6 + 25 \quad G = 48 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \quad 7 + 7 + 7 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 3^2 = 6^2 \quad 0^2 = 0 \quad 4^2 = 8$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 100 ; 61 ; 13 ; 27 ; 87

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 2 \quad B = (4 \times 3)^2 - 2$$

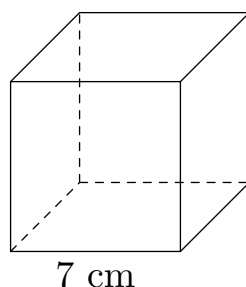
$$C = 5^2 + 6^2 \quad D = (5 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $2x^3$ pour $x = 2$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 7 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 41 et 69.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$$D = 2 \times 7^2$$
 est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$$E = 3 \times 7^2 - 13$$
 est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 7 et 13.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 94 = 846 \leq 853 < 855 = 9 \times 95$: le quotient est 94, le reste $853 - 846 = 7$.

$$853 = 9 \times 94 + 7, \text{ avec } 7 < 9.$$

$$21 \times 99 = 2\,079 \leq 2\,089 < 2\,100 = 21 \times 100$$
 : le quotient est 99, le reste $2\,089 - 2\,079 = 10$.

$$2\,089 = 21 \times 99 + 10, \text{ avec } 10 < 21.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $106 = 11 \times 10 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $106 = 11 \times 8 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $106 = 11 \times 9 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 9, reste 7.

Comme $7 < 9$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 106 par 9 : quotient 11, reste 7.

3. $76 = 7 \times 10 + 6$

a) 76 jours font 10 semaines complètes et 6 jours.

Après 10 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 6 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 76 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 389	non	oui	non	oui	non
4 530	oui	oui	oui	non	oui
4 574	oui	non	non	non	non
147	non	oui	non	non	non
445	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°199



CAPU0199

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,389 &\rightarrow 7 + 3 + 8 + 9 = 27 & 4\,530 &\rightarrow 4 + 5 + 3 + 0 = 12 & 4\,574 &\rightarrow 4 + 5 + 7 + 4 = 20 \\ 147 &\rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 & 445 &\rightarrow 4 + 4 + 5 = 13 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 5 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 450.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 630, somme des chiffres 9.

« 101 est un multiple de 8. » **Faux.** $101 = 8 \times 12 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 - 15 + 7 = 7 + 7 = 14$

$$B = 24 \div 4 \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$C = (9 \times 4 - 1) \div 4 = (36 - 1) \div 4 = 35 \div 4 = 8,75$$

$$D = 9,9 + 3 \times 1,5 = 9,9 + 4,5 = 14,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 + 2 \times 3) \times 4 = (4 + 6) \times 4 = 10 \times 4 = 40$$

$$2 \times (5 + 5) \times 6 = 2 \times 10 \times 6 = 20 \times 6 = 120$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 75 + 12,6 + 25 = 75 + 25 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 48 \times 9 = 48 \times (10 - 1) = 48 \times 10 - 48 \times 1 = 480 - 48 = 432$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2 \times 3^2 = 6^2$ » **Faux.** $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, alors que $6^2 = 36$. Le carré ne porte que sur 3.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $4^2 = 8$ » **Faux.** $4^2 = 4 \times 4 = 16$. L'exposant ne multiplie pas : $4 \times 2 = 8$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$13 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 13 < 16 = 4^2) \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 61 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 61 < 64 = 8^2)$$

$$87 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°199



CAPU0199

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 2 = 4 \times 9 - 2 = 36 - 2 = 34$

$$B = (4 \times 3)^2 - 2 = 12^2 - 2 = 144 - 2 = 142$$

$$C = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$D = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 2 : 2x^3 = 2 \times 2^3 = 2 \times 8 = 16$$

$$\text{Pour } x = 10 : 2x^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 7 petits cubes sur 7 : $7^2 = 7 \times 7 = 49$.

a) On voit 49 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 7 couches de 49 petits cubes : $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$.

b) Il a utilisé 343 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $7 - 2 = 5$ petits cubes d'arête. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

c) 125 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 41 et 69. » $\rightarrow$ encore 27 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).