



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°2



CAPU0002

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 3 et 3 par 7.
- **B** est la somme de 3 et du produit de 3 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9^2 + 6^2 \quad \mathbf{D} = (5 + 4)^2 \quad \mathbf{E} = 26 - 6 \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$128 \text{ divisé par } 9 \quad 2\,204 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 359 par 11 ? Justifier.

$$(a) \, 359 = 11 \times 31 + 18 \quad (b) \, 359 = 11 \times 32 + 7 \quad (c) \, 359 = 11 \times 33 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 480					
6 327					
627					
955					
9 482					

2. Dans le nombre $25\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 73.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°2



CAPU0002

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 31 - 5 + 12 \quad B = 9 \div 3 \times 2$$

$$C = (2 + 2) \times 4 - 10 \quad D = 3 \times [25 - (2 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 9 \times 5 - 3 = 168 \quad 4 \times 3 \times 9 + 5 = 128$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 14 \times 101 \quad F = 25 + 12,6 + 75 \quad G = 15 \times 11 + 15 \times 89$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 143 ; 25 ; 128 ; 27 ; 65

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 9 \quad B = (5 \times 5)^2 - 9$$

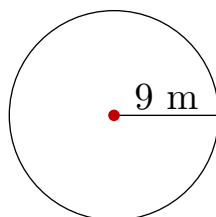
$$C = 1^2 + 5^2 \quad D = (1 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 4 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 7$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 9 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 22.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 3) \times 7 = 6 \times 7 = 42$

$B = 3 + 3 \times 7 = 3 + 21 = 24$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 + 6^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 6.

$D = (5 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 4.

$E = 26 - 6 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 26 et le produit de 6 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 14 = 126 \leq 128 < 135 = 9 \times 15$: le quotient est 14, le reste $128 - 126 = 2$.

$128 = 9 \times 14 + 2$, avec $2 < 9$.

$22 \times 100 = 2\,200 \leq 2\,204 < 2\,222 = 22 \times 101$: le quotient est 100, le reste $2\,204 - 2\,200 = 4$.

$2\,204 = 22 \times 100 + 4$, avec $4 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $359 = 11 \times 31 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $359 = 11 \times 32 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $359 = 11 \times 33 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 32, reste 7.

Comme $7 < 32$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 359 par 32 : quotient 11, reste 7.

3. $32 = 5 \times 6 + 2$, avec $2 < 5$

a) **Chaque joueur reçoit 6 cartes.**

b) **La pioche contient 2 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 480	oui	non	oui	non	oui
6 327	non	oui	non	oui	non
627	non	oui	non	non	non
955	non	non	oui	non	non
9 482	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°2



CAPU0002

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\,480 &\rightarrow 8 + 4 + 8 + 0 = 20 & 6\,327 &\rightarrow 6 + 3 + 2 + 7 = 18 & 627 &\rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 \\ 955 &\rightarrow 9 + 5 + 5 = 19 & 9\,482 &\rightarrow 9 + 4 + 8 + 2 = 23 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $2 + 5 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 255.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 315, somme des chiffres 9.

« 3 est un diviseur de 73. » **Faux.** $73 = 3 \times 24 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 31 - 5 + 12 = 26 + 12 = 38$

$$B = 9 \div 3 \times 2 = 3 \times 2 = 6$$

$$C = (2 + 2) \times 4 - 10 = 4 \times 4 - 10 = 16 - 10 = 6$$

$$D = 3 \times [25 - (2 + 8)] = 3 \times [25 - 10] = 3 \times 15 = 45$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (9 \times 5 - 3) = 4 \times (45 - 3) = 4 \times 42 = 168$$

$$4 \times (3 \times 9 + 5) = 4 \times (27 + 5) = 4 \times 32 = 128$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 14 \times 101 = 14 \times (100 + 1) = 14 \times 100 + 14 \times 1 = 1\,400 + 14 = 1\,414$$

$$F = 25 + 12,6 + 75 = 25 + 75 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 15 \times 11 + 15 \times 89 = 15 \times (11 + 89) = 15 \times 100 = 1\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 = 6^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » } \mathbf{Vrai.} \quad 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » } \mathbf{Faux.} \quad 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 65 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (8^2 = 64 < 65 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°2



CAPU0002

128 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2$) 143 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 9 = 5 \times 25 - 9 = 125 - 9 = 116$

$$B = (5 \times 5)^2 - 9 = 25^2 - 9 = 625 - 9 = 616$$

$$C = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$$

$$D = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 7$: $x^2 + 4 = 7^2 + 4 = 49 + 4 = 53$ et $5x = 5 \times 7 = 35$.

$53 \neq 35$: l'égalité est fausse pour $x = 7$.

Pour $x = 1$: $x^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$ et $5x = 5 \times 1 = 5$.

$5 = 5$: l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 1 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 9^2 = \pi \times 81 = 81\pi$

a) L'aire exacte est $81\pi \text{ m}^2$.

$$81 \times 3,14 = 254,34$$

b) L'aire vaut environ 254 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 9^2$, et non $(\pi \times 9)^2$. On élève 9 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 22. » $\rightarrow$ encore 20 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 4, 16.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).