



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°20



CAPU0020

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 3 et de 6.
- **B** est le carré de la somme de 3 et 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 5 \times 5^2 - 7 \quad D = 7 \times (18 - 12) \quad E = (6 + 50) \div 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

630 divisé par 8 1 958 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 152 par 7 ? Justifier.

$$(a) 152 = 7 \times 20 + 12 \quad (b) 152 = 7 \times 22 - 2 \quad (c) 152 = 7 \times 21 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 61 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
687					
515					
8 330					
4 833					
2 906					

2. Dans le nombre $21\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 196 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°20



CAPU0020

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 88 - 2 \times 4 \quad B = 63 \div 9 \times 2$$

$$C = (11 + 3) \times 2 - 12 \quad D = 2,5 + 2 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 - 4 + 3 + 9 = 10 \quad 6 - 4 + 3 - 2 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 98 \times 125 \quad F = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 \quad G = 24 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 2^3 = 6 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 125 ; 81 ; 45 ; 123 ; 22

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 2 \quad B = (2 \times 5)^2 - 2$$

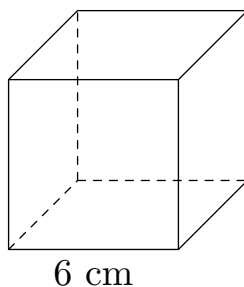
$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 8$ et $B = (3a)^2 - 8$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 45 et 103.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°20



CAPU0020

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$

$$B = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 5^2 - 7$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 5 et 7.

$$D = 7 \times (18 - 12)$$
 est un **produit** : c'est le produit de 7 par la différence entre 18 et 12.

$$E = (6 + 50) \div 7$$
 est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 6 et 50 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 78 = 624 \leq 630 < 632 = 8 \times 79$: le quotient est 78, le reste $630 - 624 = 6$.

$$630 = 8 \times 78 + 6, \text{ avec } 6 < 8.$$

$$26 \times 75 = 1\,950 \leq 1\,958 < 1\,976 = 26 \times 76$$
 : le quotient est 75, le reste $1\,958 - 1\,950 = 8$.

$$1\,958 = 26 \times 75 + 8, \text{ avec } 8 < 26.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $152 = 7 \times 20 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $152 = 7 \times 22 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $152 = 7 \times 21 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 21, reste 5.

Comme $5 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 152 par 21 : quotient 7, reste 5.

3. $61 = 6 \times 10 + 1$, avec $1 < 6$

a) Elle remplit 10 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
687	non	oui	non	non	non
515	non	non	oui	non	non
8 330	oui	non	oui	non	oui
4 833	non	oui	non	oui	non
2 906	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°20



CAPU0020

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 687 &\rightarrow 6 + 8 + 7 = 21 & 515 &\rightarrow 5 + 1 + 5 = 11 & 8\,330 &\rightarrow 8 + 3 + 3 + 0 = 14 \\ 4\,833 &\rightarrow 4 + 8 + 3 + 3 = 18 & 2\,906 &\rightarrow 2 + 9 + 0 + 6 = 17 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $2 + 1 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3$$

Une seule solution : 210.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 196 est un multiple de 9. » **Faux.** $196 = 9 \times 21 + 7$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 88 - 2 \times 4 = 88 - 8 = 80$

$$B = 63 \div 9 \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

$$C = (11 + 3) \times 2 - 12 = 14 \times 2 - 12 = 28 - 12 = 16$$

$$D = 2,5 + 2 \times 0,5 = 2,5 + 1 = 3,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 - (4 + 3) + 9 = 8 - 7 + 9 = 1 + 9 = 10$$

$$6 - (4 + 3 - 2) = 6 - (7 - 2) = 6 - 5 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 98 \times 125 = 8 \times 125 \times 98 = 1\,000 \times 98 = 98\,000$$

$$F = 1,5 \times 0,4 + 1,5 \times 0,6 = 1,5 \times (0,4 + 0,6) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 24 \times 101 = 24 \times (100 + 1) = 24 \times 100 + 24 \times 1 = 2\,400 + 24 = 2\,424$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $7 \times 7 = 7^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

$$\text{« } 8^2 = 16 \text{ » Faux. } 8^2 = 8 \times 8 = 64. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 8 \times 2 = 16, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$22 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 22 < 25 = 5^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$45 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 45 < 49 = 7^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$123 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 123 < 144 = 12^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 2 = 2 \times 25 - 2 = 50 - 2 = 48$

$$B = (2 \times 5)^2 - 2 = 10^2 - 2 = 100 - 2 = 98$$

$$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 8 = 3 \times 4^2 - 8 = 3 \times 16 - 8 = 48 - 8 = 40$$

$$B = (3a)^2 - 8 = (3 \times 4)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 45 et 103. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81, 100.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).