



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°200



CAPU0200

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 5 et du produit de 2 par 4.
- **B** est le produit de la somme de 5 et 2 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (23 + 25) \div 6 \quad D = (6 + 1)^2 \quad E = 2 \times 6^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$335 \text{ divisé par } 6 \quad 1\,505 \text{ divisé par } 26$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 114 par 7 ? Justifier.

$$(a) 114 = 7 \times 16 + 2 \quad (b) 114 = 7 \times 17 - 5 \quad (c) 114 = 7 \times 15 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 164 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417					
2 620					
5 776					
9 441					
895					

2. Dans le nombre $14\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 3 est un diviseur de 75.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°200



CAPU0200

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 16 + 5 \times 4 \quad B = 27 \div 3 \times 5$$

$$C = (12 + 3) \times 2 - 4 \quad D = 2 \times [33 - (9 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 2 \times 2 + 9 = 26 \quad 4 \times 4 + 8 + 8 = 80$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 33 + 0,75 + 67 \quad F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 \quad G = 19 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 8 \times 8 \quad 4 + 4 + 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3 \times 4^2 = 12^2 \quad 1^3 = 1 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

146 ; 49 ; 101 ; 64 ; 1 000 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 7 \quad B = (3 \times 5)^2 - 7$$

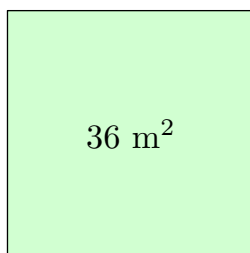
$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 30 = 11x$ est-elle vraie pour $x = 7$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 36 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 52.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°200



CAPU0200

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 5 + 2 \times 4 = 5 + 8 = 13$

$B = (5 + 2) \times 4 = 7 \times 4 = 28$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (23 + 25) \div 6$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 23 et 25 par 6.

$D = (6 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 1.

$E = 2 \times 6^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 55 = 330 \leq 335 < 336 = 6 \times 56$: le quotient est 55, le reste $335 - 330 = 5$.

$335 = 6 \times 55 + 5$, avec $5 < 6$.

$26 \times 57 = 1\,482 \leq 1\,505 < 1\,508 = 26 \times 58$: le quotient est 57, le reste $1\,505 - 1\,482 = 23$.

$1\,505 = 26 \times 57 + 23$, avec $23 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $114 = 7 \times 16 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $114 = 7 \times 17 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $114 = 7 \times 15 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 16, reste 2.

Comme $2 < 16$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 114 par 16 : quotient 7, reste 2.

3. $164 = 6 \times 27 + 2$, avec $2 < 6$

a) Elle remplit 27 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
417	non	oui	non	non	non
2 620	oui	non	oui	non	oui
5 776	oui	non	non	non	non
9 441	non	oui	non	oui	non
895	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°200



CAPU0200

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 417 &\rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 & 2\,620 &\rightarrow 2 + 6 + 2 + 0 = 10 & 5\,776 &\rightarrow 5 + 7 + 7 + 6 = 25 \\ 9\,441 &\rightarrow 9 + 4 + 4 + 1 = 18 & 895 &\rightarrow 8 + 9 + 5 = 22 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 4 + \square = 5 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 144.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 69 est divisible par 3 ($69 = 3 \times 23$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 3 est un diviseur de 75. » **Vrai.** $75 = 3 \times 25$: le reste de la division de 75 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 16 + 5 \times 4 = 16 + 20 = 36$

$$B = 27 \div 3 \times 5 = 9 \times 5 = 45$$

$$C = (12 + 3) \times 2 - 4 = 15 \times 2 - 4 = 30 - 4 = 26$$

$$D = 2 \times [33 - (9 + 2)] = 2 \times [33 - 11] = 2 \times 22 = 44$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (2 \times 2 + 9) = 2 \times (4 + 9) = 2 \times 13 = 26$$

$$4 \times (4 + 8 + 8) = 4 \times (12 + 8) = 4 \times 20 = 80$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 33 + 0,75 + 67 = 33 + 67 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 = 12,5 \times (0,4 + 0,6) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 19 \times 101 = 19 \times (100 + 1) = 19 \times 100 + 19 \times 1 = 1\,900 + 19 = 1\,919$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $8 \times 8 = 8^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $3 \times 4^2 = 12^2$ » **Faux.** $3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 4.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$101 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 101 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$146 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 146 < 169 = 13^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 7 = 3 \times 25 - 7 = 75 - 7 = 68$

$B = (3 \times 5)^2 - 7 = 15^2 - 7 = 225 - 7 = 218$

$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$

$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 7$: $x^2 + 30 = 7^2 + 30 = 49 + 30 = 79$ et $11x = 11 \times 7 = 77$.

$79 \neq 77$: l'égalité est fausse pour $x = 7$.

Pour $x = 6$: $x^2 + 30 = 6^2 + 30 = 36 + 30 = 66$ et $11x = 11 \times 6 = 66$.

$66 = 66$: l'égalité est vraie pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 6 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36 : $6 \times 6 = 36$, c'est-à-dire $6^2 = 36$.

a) Le côté mesure 6 m.

$4 \times 6 = 24$

b) Le périmètre est de 24 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **$4 \times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 52. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 4, 16, 25, 49.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).