



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°201



CAPU0201

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 13 et 7 par 8.
- **B** est la somme de 13 et du produit de 7 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 20 - 2 \times 6 \quad \mathbf{D} = (5 + 5) \times 2 \quad \mathbf{E} = 6 + 3 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$373 \text{ divisé par } 7 \quad 2\,275 \text{ divisé par } 16$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 76 par 6 ? Justifier.

$$(a) 76 = 6 \times 12 + 4 \quad (b) 76 = 6 \times 11 + 10 \quad (c) 76 = 6 \times 13 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 157 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 590					
3 806					
845					
951					
9 027					

2. Dans le nombre $4\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 99 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°201



CAPU0201

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 55 - 3 \times 4 \quad B = 6 + 6 \div 2 \times 4$$

$$C = (6 \times 9 - 3) \div 4 \quad D = 9,5 + 3 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 4 \times 8 - 2 = 33 \quad 9 - 3 + 5 - 6 = 7$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 44 \times 99 \quad F = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 \quad G = 28 + 5,05 + 72$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 11 \times 11 \quad 7 + 7 + 7 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 4 \times 5^2 = 20^2 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 8 ; 96 ; 64 ; 11 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 1 \quad B = (3 \times 3)^2 - 1$$

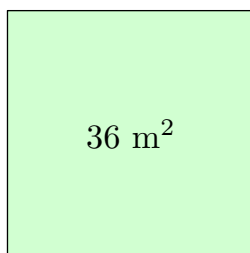
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 3 = 4x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 36 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 150 et 199.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (13 + 7) \times 8 = 20 \times 8 = 160$

$B = 13 + 7 \times 8 = 13 + 56 = 69$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 20 - 2 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 20 et le produit de 2 par 6.

$D = (5 + 5) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 5 et 5 par 2.

$E = 6 + 3 \times 5$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du produit de 3 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 53 = 371 \leq 373 < 378 = 7 \times 54$: le quotient est 53, le reste $373 - 371 = 2$.

$373 = 7 \times 53 + 2$, avec $2 < 7$.

$16 \times 142 = 2\,272 \leq 2\,275 < 2\,288 = 16 \times 143$: le quotient est 142, le reste $2\,275 - 2\,272 = 3$.

$2\,275 = 16 \times 142 + 3$, avec $3 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $76 = 6 \times 12 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $76 = 6 \times 11 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $76 = 6 \times 13 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 12, reste 4.

Comme $4 < 12$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 76 par 12 : quotient 6, reste 4.

3. $157 = 12 \times 13 + 1$

En 13 soirs, elle lit 156 pages ; il lui en reste encore 1.

a) **Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 1 page.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 590	oui	non	oui	non	oui
3 806	oui	non	non	non	non
845	non	non	oui	non	non
951	non	oui	non	non	non
9 027	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°201



CAPU0201

Sommes des chiffres :

$$9\ 590 \rightarrow 9 + 5 + 9 + 0 = 23 \quad 3\ 806 \rightarrow 3 + 8 + 0 + 6 = 17 \quad 845 \rightarrow 8 + 4 + 5 = 17$$
$$951 \rightarrow 9 + 5 + 1 = 15 \quad 9\ 027 \rightarrow 9 + 0 + 2 + 7 = 18$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 5 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 3 : 12 ; \square = 6 : 15 ; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 405, 435, 465, 495.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 567, somme des chiffres 18.

« 99 est un multiple de 4. » **Faux.** $99 = 4 \times 24 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 55 - 3 \times 4 = 55 - 12 = 43$

$$B = 6 + 6 \div 2 \times 4 = 6 + 3 \times 4 = 6 + 12 = 18$$

$$C = (6 \times 9 - 3) \div 4 = (54 - 3) \div 4 = 51 \div 4 = 12,75$$

$$D = 9,5 + 3 \times 0,5 = 9,5 + 1,5 = 11$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 4 \times (8 - 2) = 9 + 4 \times 6 = 9 + 24 = 33$$

$$9 - (3 + 5 - 6) = 9 - (8 - 6) = 9 - 2 = 7$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 44 \times 99 = 44 \times (100 - 1) = 44 \times 100 - 44 \times 1 = 4\ 400 - 44 = 4\ 356$$

$$F = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 = 2,7 \times (0,25 + 0,75) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$G = 28 + 5,05 + 72 = 28 + 72 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $11 \times 11 = 11^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 4 \times 5^2 = 20^2 \text{ » Faux. } 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100, \text{ alors que } 20^2 = 400. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 11 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 11 < 16 = 4^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$96 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 96 < 100 = 10^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 1 = 3 \times 9 - 1 = 27 - 1 = 26$

$B = (3 \times 3)^2 - 1 = 9^2 - 1 = 81 - 1 = 80$

$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 6$: $x^2 + 3 = 6^2 + 3 = 36 + 3 = 39$ et $4x = 4 \times 6 = 24$.

$39 \neq 24$: l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Pour $x = 3$: $x^2 + 3 = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12$ et $4x = 4 \times 3 = 12$.

$12 = 12$: l'égalité est vraie pour $x = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 3 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 36 : $6 \times 6 = 36$, c'est-à-dire $6^2 = 36$.

a) Le côté mesure 6 m.

$4 \times 6 = 24$

b) Le périmètre est de 24 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **$4 \times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 150 et 199. » $\rightarrow$ encore 48 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).