



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°202



CAPU0202

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 29 et 5 par 5.
- **B** est la différence entre 29 et le produit de 5 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 12 + 40 \div 5 \quad \mathbf{D} = 9 \times (11 - 4) \quad \mathbf{E} = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

824 divisé par 9 2 439 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 224 par 9 ? Justifier.

$$(a) 224 = 9 \times 24 + 8 \quad (b) 224 = 9 \times 25 - 1 \quad (c) 224 = 9 \times 23 + 17$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 120 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 120 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
537					
9 189					
5 024					
355					
4 990					

2. Dans le nombre $45\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 196.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°202



CAPU0202

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 35 - 13 + 11 \quad B = 4 + 25 \div 5 \times 3$$

$$C = (5 \times 8 - 4) \div 2 \quad D = 4,3 + 5 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 6 \times 8 + 7 = 92 \quad 6 \times 5 + 2 + 9 = 51$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 \quad F = 2 \times 31 \times 50 \quad G = 14 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 \times 8 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 3 + 3 + 3 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3 \times 5^2 = 15^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

73 ; 100 ; 25 ; 27 ; 21 ; 54

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 7 \quad B = (2 \times 2)^2 - 7$$

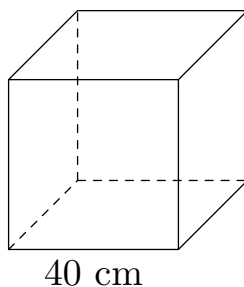
$$C = 1^2 + 4^2 \quad D = (1 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 7n$ pour $n = 4$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 45.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°202



CAPU0202

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (29 - 5) \times 5 = 24 \times 5 = 120$

$B = 29 - 5 \times 5 = 29 - 25 = 4$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 12 + 40 \div 5$ est une **somme** : c'est la somme de 12 et du quotient de 40 par 5.

$D = 9 \times (11 - 4)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 11 et 4.

$E = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 91 = 819 \leq 824 < 828 = 9 \times 92$: le quotient est 91, le reste $824 - 819 = 5$.

$824 = 9 \times 91 + 5$, avec $5 < 9$.

$12 \times 203 = 2\,436 \leq 2\,439 < 2\,448 = 12 \times 204$: le quotient est 203, le reste $2\,439 - 2\,436 = 3$.

$2\,439 = 12 \times 203 + 3$, avec $3 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $224 = 9 \times 24 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $224 = 9 \times 25 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $224 = 9 \times 23 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 24, reste 8.

Comme $8 < 24$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 224 par 24 : quotient 9, reste 8.

3. $120 = 7 \times 17 + 1$

a) 120 jours font 17 semaines complètes et 1 jour.

Après 17 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 1 jour : lundi → mardi.

b) Dans 120 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
537	non	oui	non	non	non
9 189	non	oui	non	oui	non
5 024	oui	non	non	non	non
355	non	non	oui	non	non
4 990	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°202



CAPU0202

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 & 9\,189 \rightarrow 9 + 1 + 8 + 9 = 27 & 5\,024 \rightarrow 5 + 0 + 2 + 4 = 11 \\ 355 \rightarrow 3 + 5 + 5 = 13 & 4\,990 \rightarrow 4 + 9 + 9 + 0 = 22 & \end{array}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $4 + 5 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9; \square = 6 : 15$$

2 solutions : 450, 456.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 16 est pair mais $16 = 3 \times 5 + 1$.
« 7 est un diviseur de 196. » **Vrai.** $196 = 7 \times 28$: le reste de la division de 196 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 35 - 13 + 11 = 22 + 11 = 33$

$$B = 4 + 25 \div 5 \times 3 = 4 + 5 \times 3 = 4 + 15 = 19$$

$$C = (5 \times 8 - 4) \div 2 = (40 - 4) \div 2 = 36 \div 2 = 18$$

$$D = 4,3 + 5 \times 0,5 = 4,3 + 2,5 = 6,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 + 6 \times (8 + 7) = 2 + 6 \times 15 = 2 + 90 = 92$$

$$6 \times (5 + 2) + 9 = 6 \times 7 + 9 = 42 + 9 = 51$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 = 3,6 \times (0,25 + 0,75) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$F = 2 \times 31 \times 50 = 2 \times 50 \times 31 = 100 \times 31 = 3\,100$$

$$G = 14 \times 11 = 14 \times (10 + 1) = 14 \times 10 + 14 \times 1 = 140 + 14 = 154$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $8 \times 8 = 8^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $3 \times 5^2 = 15^2$ » **Faux.** $3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75$, alors que $15^2 = 225$. Le carré ne porte que sur 5.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$21 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 54 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 54 < 64 = 8^2)$$

$$73 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 73 < 81 = 9^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°202



CAPU0202

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 7 = 2 \times 4 - 7 = 8 - 7 = 1$

$$B = (2 \times 2)^2 - 7 = 4^2 - 7 = 16 - 7 = 9$$

$$C = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$$

$$D = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 4 : n^2 + 7n = 4^2 + 7 \times 4 = 16 + 7 \times 4 = 16 + 28 = 44$$

$$\text{Pour } n = 0,5 : n^2 + 7n = 0,5^2 + 7 \times 0,5 = 0,25 + 7 \times 0,5 = 0,25 + 3,5 = 3,75$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de $64\,000 \text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 45. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).