



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°203



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 2 et 9 par 5.
- **B** est la somme de 2 et du produit de 9 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 19 + 9 \div 3 \quad D = 2 \times 8^2 \quad E = 9^2 - 74$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$554 \text{ divisé par } 6 \quad 2\,318 \text{ divisé par } 17$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 190 par 7 ? Justifier.

$$(a) 190 = 7 \times 27 + 1 \quad (b) 190 = 7 \times 28 - 6 \quad (c) 190 = 7 \times 26 + 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 121 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 121 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 620					
741					
145					
3 092					
2 943					

2. Dans le nombre $5\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 148.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°203



CAPU0203

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 8 + 5 \times 3 \quad B = 5 + 10 \div 2 \times 2$$

$$C = 54 - 4 \times (14 - 3) \quad D = 4 \times [27 - (6 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 5 - 5 + 4 = 2 \quad 9 \times 5 - 2 \times 3 = 81$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 \quad F = 38 \times 99 \quad G = 26 + 0,75 + 74$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 3 + 3 + 3 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 4^3 = 12 \quad 4 \times 5^2 = 20^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 64 ; 149 ; 121 ; 125 ; 95

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 3 \quad B = (4 \times 3)^2 - 3$$

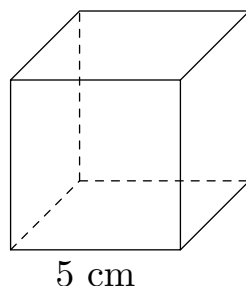
$$C = 7^2 + 4^2 \quad D = (7 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 2$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 3 et 54.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°203



CAPU0203

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 9) \times 5 = 11 \times 5 = 55$

$B = 2 + 9 \times 5 = 2 + 45 = 47$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 19 + 9 \div 3$ est une **somme** : c'est la somme de 19 et du quotient de 9 par 3.

$D = 2 \times 8^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 8.

$E = 9^2 - 74$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 74.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 92 = 552 \leq 554 < 558 = 6 \times 93$: le quotient est 92, le reste $554 - 552 = 2$.

$554 = 6 \times 92 + 2$, avec $2 < 6$.

$17 \times 136 = 2\,312 \leq 2\,318 < 2\,329 = 17 \times 137$: le quotient est 136, le reste $2\,318 - 2\,312 = 6$.

$2\,318 = 17 \times 136 + 6$, avec $6 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $190 = 7 \times 27 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $190 = 7 \times 28 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $190 = 7 \times 26 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 27, reste 1.

Comme $1 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 190 par 27 : quotient 7, reste 1.

3. $121 = 7 \times 17 + 2$

a) 121 jours font 17 semaines complètes et 2 jours.

Après 17 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 2 jours : vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 121 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 620	oui	non	oui	non	oui
741	non	oui	non	non	non
145	non	non	oui	non	non
3 092	oui	non	non	non	non
2 943	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°203



CAPU0203

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 5\ 620 &\rightarrow 5 + 6 + 2 + 0 = 13 & 741 &\rightarrow 7 + 4 + 1 = 12 & 145 &\rightarrow 1 + 4 + 5 = 10 \\ 3\ 092 &\rightarrow 3 + 0 + 9 + 2 = 14 & 2\ 943 &\rightarrow 2 + 9 + 4 + 3 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 4 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 504, 594.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 148. » **Faux.** $148 = 8 \times 18 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 8 + 5 \times 3 = 8 + 15 = 23$

$$B = 5 + 10 \div 2 \times 2 = 5 + 5 \times 2 = 5 + 10 = 15$$

$$C = 54 - 4 \times (14 - 3) = 54 - 4 \times 11 = 54 - 44 = 10$$

$$D = 4 \times [27 - (6 + 4)] = 4 \times [27 - 10] = 4 \times 17 = 68$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + 5 - (5 + 4) = 6 + 5 - 9 = 11 - 9 = 2$$

$$9 \times (5 - 2) \times 3 = 9 \times 3 \times 3 = 27 \times 3 = 81$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 = 3,6 \times (0,8 + 0,2) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$F = 38 \times 99 = 38 \times (100 - 1) = 38 \times 100 - 38 \times 1 = 3\ 800 - 38 = 3\ 762$$

$$G = 26 + 0,75 + 74 = 26 + 74 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $9 \times 9 = 9^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

$$\text{« } 4 \times 5^2 = 20^2 \text{ » Faux. } 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100, \text{ alors que } 20^2 = 400. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$95 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 95 < 100 = 10^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 149 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°203



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 3 = 4 \times 9 - 3 = 36 - 3 = 33$

$$B = (4 \times 3)^2 - 3 = 12^2 - 3 = 144 - 3 = 141$$

$$C = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

$$D = (7 + 4)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 2 : 2n^3 = 2 \times 2^3 = 2 \times 8 = 16$$

$$\text{Pour } n = 10 : 2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 3 et 54. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 9, 36.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).