



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°204



CAPU0204

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 16 et 6 par 2.
- **B** est la différence entre 16 et le produit de 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (8 + 12) \div 4 \quad D = 2 \times 5^2 \quad E = (2 \times 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

274 divisé par 4 2 142 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 258 par 12 ? Justifier.

$$(a) 258 = 12 \times 21 + 6 \quad (b) 258 = 12 \times 20 + 18 \quad (c) 258 = 12 \times 22 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 173 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 431					
867					
3 022					
8 460					
805					

2. Dans le nombre $84\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 66 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°204



CAPU0204

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 17 + 7 \times 2 \quad B = 15 \div 3 \times 5$$

$$C = 68 - 3 \times (20 - 8) \quad D = 8,4 + 4 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 6 - 3 \times 6 = 72 \quad 4 \times 7 + 6 \times 7 = 196$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 44 \times 83 - 44 \times 73 \quad F = 4 \times 71 \times 25 \quad G = 29 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 8 + 8 + 8 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 8 \times 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^3 = 12 \quad 7^2 = 14 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 140 ; 25 ; 64 ; 13 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 4 \quad B = (2 \times 3)^2 - 4$$

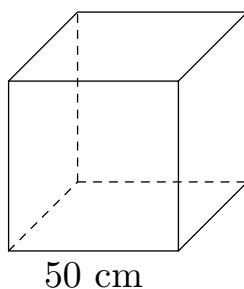
$$C = 4^2 + 5^2 \quad D = (4 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $6x^2$ pour $x = 4$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 132 et 188.
sible par 9.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°204



CAPU0204

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (16 - 6) \times 2 = 10 \times 2 = 20$

$B = 16 - 6 \times 2 = 16 - 12 = 4$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (8 + 12) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 8 et 12 par 4.

$D = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$E = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 68 = 272 \leq 274 < 276 = 4 \times 69$: le quotient est 68, le reste $274 - 272 = 2$.

$274 = 4 \times 68 + 2$, avec $2 < 4$.

$20 \times 107 = 2\,140 \leq 2\,142 < 2\,160 = 20 \times 108$: le quotient est 107, le reste $2\,142 - 2\,140 = 2$.

$2\,142 = 20 \times 107 + 2$, avec $2 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $258 = 12 \times 21 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $258 = 12 \times 20 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $258 = 12 \times 22 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 21, reste 6.

Comme $6 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 258 par 21 : quotient 12, reste 6.

3. $173 = 12 \times 14 + 5$, avec $5 < 12$

a) Elle remplit 14 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 431	non	oui	non	oui	non
867	non	oui	non	non	non
3 022	oui	non	non	non	non
8 460	oui	oui	oui	oui	oui
805	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°204



CAPU0204

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 1\ 431 &\rightarrow 1 + 4 + 3 + 1 = 9 & 867 &\rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 & 3\ 022 &\rightarrow 3 + 0 + 2 + 2 = 7 \\ 8\ 460 &\rightarrow 8 + 4 + 6 + 0 = 18 & 805 &\rightarrow 8 + 0 + 5 = 13 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 4 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12 ; \square = 6 : 18$$

2 solutions : 840, 846.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 60 est divisible par 3 ($60 = 3 \times 20$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 66 est un multiple de 4. » **Faux.** $66 = 4 \times 16 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 17 + 7 \times 2 = 17 + 14 = 31$

$$B = 15 \div 3 \times 5 = 5 \times 5 = 25$$

$$C = 68 - 3 \times (20 - 8) = 68 - 3 \times 12 = 68 - 36 = 32$$

$$D = 8,4 + 4 \times 2,5 = 8,4 + 10 = 18,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (6 - 3) \times 6 = 4 \times 3 \times 6 = 12 \times 6 = 72$$

$$4 \times (7 + 6 \times 7) = 4 \times (7 + 42) = 4 \times 49 = 196$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 44 \times 83 - 44 \times 73 = 44 \times (83 - 73) = 44 \times 10 = 440$$

$$F = 4 \times 71 \times 25 = 4 \times 25 \times 71 = 100 \times 71 = 7\ 100$$

$$G = 29 \times 9 = 29 \times (10 - 1) = 29 \times 10 - 29 \times 1 = 290 - 29 = 261$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $8 \times 8 = 8^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

$$\text{« } 7^2 = 14 \text{ » Faux. } 7^2 = 7 \times 7 = 49. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 7 \times 2 = 14, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 13 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 13 < 16 = 4^2)$$

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 140 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 140 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$

$$B = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$$

$$C = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

$$D = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 4 : 6x^2 = 6 \times 4^2 = 6 \times 16 = 96$$

$$\text{Pour } x = 0,5 : 6x^2 = 6 \times 0,5^2 = 6 \times 0,25 = 1,5$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 132 et 188. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).