



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°205



CAPU0205

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 19 et le produit de 2 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 19 et 2 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9^2 - 1 \quad D = 10 + 6 \times 7 \quad E = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

443 divisé par 9 726 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 184 par 7 ? Justifier.

$$(a) 184 = 7 \times 27 - 5 \quad (b) 184 = 7 \times 26 + 2 \quad (c) 184 = 7 \times 25 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 6 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 967					
925					
2 774					
537					
7 960					

2. Dans le nombre $4\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 125.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°205



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 37 - 6 + 8 \quad B = 4 \times 4 - 4 \times 3$$

$$C = (4 + 11) \times 2 - 7 \quad D = 4 \times [39 - (5 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 3 \times 9 - 5 = 60 \quad 9 \times 9 - 6 \times 5 = 135$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 \quad F = 4 \times 80 \times 25 \quad G = 28 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 4 \times 4 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2 \quad 4 \times 4^2 = 16^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

105 ; 8 ; 36 ; 128 ; 64 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 3 \quad B = (2 \times 3)^2 - 3$$

$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 12 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 4$? Pour $x = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 98 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 41 et 73. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°205



CAPU0205

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 19 - 2 \times 5 = 19 - 10 = 9$

$B = (19 - 2) \times 5 = 17 \times 5 = 85$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 - 1$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 1.

$D = 10 + 6 \times 7$ est une **somme** : c'est la somme de 10 et du produit de 6 par 7.

$E = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 49 = 441 \leq 443 < 450 = 9 \times 50$: le quotient est 49, le reste $443 - 441 = 2$.

$443 = 9 \times 49 + 2$, avec $2 < 9$.

$13 \times 55 = 715 \leq 726 < 728 = 13 \times 56$: le quotient est 55, le reste $726 - 715 = 11$.

$726 = 13 \times 55 + 11$, avec $11 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $184 = 7 \times 27 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $184 = 7 \times 26 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $184 = 7 \times 25 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 26, reste 2.

Comme $2 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 184 par 26 : quotient 7, reste 2.

3. $32 = 6 \times 5 + 2$, avec $2 < 6$

a) Chaque joueur reçoit 5 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 6 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 967	non	oui	non	oui	non
925	non	non	oui	non	non
2 774	oui	non	non	non	non
537	non	oui	non	non	non
7 960	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°205



CAPU0205

Sommes des chiffres :

$$5\ 967 \rightarrow 5 + 9 + 6 + 7 = 27 \quad 925 \rightarrow 9 + 2 + 5 = 16 \quad 2\ 774 \rightarrow 2 + 7 + 7 + 4 = 20$$
$$537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 \quad 7\ 960 \rightarrow 7 + 9 + 6 + 0 = 22$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 7 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 12; \square = 4 : 15; \square = 7 : 18$$

3 solutions : 417, 447, 477.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 20 est pair mais $20 = 3 \times 6 + 2$.

« 5 est un diviseur de 125. » **Vrai.** $125 = 5 \times 25$: le reste de la division de 125 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 37 - 6 + 8 = 31 + 8 = 39$

$$B = 4 \times 4 - 4 \times 3 = 16 - 12 = 4$$

$$C = (4 + 11) \times 2 - 7 = 15 \times 2 - 7 = 30 - 7 = 23$$

$$D = 4 \times [39 - (5 + 7)] = 4 \times [39 - 12] = 4 \times 27 = 108$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times 3 \times (9 - 5) = 5 \times 3 \times 4 = 15 \times 4 = 60$$

$$9 \times (9 - 6) \times 5 = 9 \times 3 \times 5 = 27 \times 5 = 135$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 = 4,5 \times (0,7 + 0,3) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 4 \times 80 \times 25 = 4 \times 25 \times 80 = 100 \times 80 = 8\ 000$$

$$G = 28 \times 11 = 28 \times (10 + 1) = 28 \times 10 + 28 \times 1 = 280 + 28 = 308$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 = 4^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $(5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2$ » **Faux.** $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$, alors que $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$.

« $4 \times 4^2 = 16^2$ » **Faux.** $4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64$, alors que $16^2 = 256$. Le carré ne porte que sur 4.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

105 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 105 < 121 = 11^2$) 128 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2$)



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 3 = 2 \times 9 - 3 = 18 - 3 = 15$

$$B = (2 \times 3)^2 - 3 = 6^2 - 3 = 36 - 3 = 33$$

$$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$$

$$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 4 : x^2 + 12 = 4^2 + 12 = 16 + 12 = 28 \text{ et } 7x = 7 \times 4 = 28.$$

28 = 28 : l'égalité est vraie pour $x = 4$.

$$\text{Pour } x = 8 : x^2 + 12 = 8^2 + 12 = 64 + 12 = 76 \text{ et } 7x = 7 \times 8 = 56.$$

76 $\neq$ 56 : l'égalité est fausse pour $x = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 4 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 98 :

$$9^2 = 81 \leq 98 \text{ et } 10^2 = 100 > 98.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$98 - 81 = 17$$

b) Il lui restera 17 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 41 et 73. » $\rightarrow$ encore 31 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).