



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°206



CAPU0206

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 3 et 6 par 5.
- **B** est la somme de 3 et du produit de 6 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 3)^3 \quad D = 12 + 6 \times 9 \quad E = (6 + 7)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

410 divisé par 7 1 715 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 310 par 11 ? Justifier.

$$(a) 310 = 11 \times 27 + 13 \quad (b) 310 = 11 \times 28 + 2 \quad (c) 310 = 11 \times 29 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 609					
9 034					
9 510					
595					
177					

2. Dans le nombre $6\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 176 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°206



CAPU0206

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 81 - 2 \times 7 \quad B = 12 \div 2 \times 5$$

$$C = (10 + 9) \times 6 - 17 \quad D = [2 + 8 \times (6 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 9 - 8 + 5 = 5 \quad 6 \times 8 \times 2 + 9 = 150$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 26 \times 101 \quad F = 5 \times 86 \times 20 \quad G = 33 \times 54 + 33 \times 46$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 5 + 5 + 5 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 3 \times 6^2 = 18^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

59 ; 130 ; 64 ; 25 ; 8 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 2 \quad B = (4 \times 5)^2 - 2$$

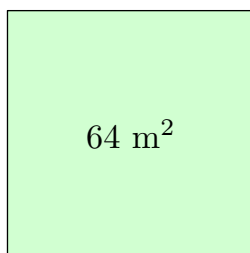
$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 20 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 3$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 64 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 58.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°206



CAPU0206

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 6) \times 5 = 9 \times 5 = 45$

$B = 3 + 6 \times 5 = 3 + 30 = 33$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$D = 12 + 6 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 12 et du produit de 6 par 9.

$E = (6 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 58 = 406 \leq 410 < 413 = 7 \times 59$: le quotient est 58, le reste $410 - 406 = 4$.

$410 = 7 \times 58 + 4$, avec $4 < 7$.

$13 \times 131 = 1\,703 \leq 1\,715 < 1\,716 = 13 \times 132$: le quotient est 131, le reste $1\,715 - 1\,703 = 12$.

$1\,715 = 13 \times 131 + 12$, avec $12 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $310 = 11 \times 27 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $310 = 11 \times 28 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $310 = 11 \times 29 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 28, reste 2.

Comme $2 < 28$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 310 par 28 : quotient 11, reste 2.

3. $108 = 5 \times 21 + 3$, avec $3 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 21 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 609	non	oui	non	oui	non
9 034	oui	non	non	non	non
9 510	oui	oui	oui	non	oui
595	non	non	oui	non	non
177	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°206



CAPU0206

Sommes des chiffres :

$$3\ 609 \rightarrow 3 + 6 + 0 + 9 = 18 \quad 9\ 034 \rightarrow 9 + 0 + 3 + 4 = 16 \quad 9\ 510 \rightarrow 9 + 5 + 1 + 0 = 15$$
$$595 \rightarrow 5 + 9 + 5 = 19 \quad 177 \rightarrow 1 + 7 + 7 = 15$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 8 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 15; \square = 4 : 18; \square = 7 : 21$$

3 solutions : 618, 648, 678.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 23 se termine par 3, mais $23 = 3 \times 7 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 176 est un multiple de 8. » **Vrai.** $176 = 8 \times 22$: le reste de la division de 176 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 81 - 2 \times 7 = 81 - 14 = 67$

$$B = 12 \div 2 \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

$$C = (10 + 9) \times 6 - 17 = 19 \times 6 - 17 = 114 - 17 = 97$$

$$D = [2 + 8 \times (6 - 5)] \div 2 = [2 + 8 \times 1] \div 2 = [2 + 8] \div 2 = 10 \div 2 = 5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times 9 - (8 + 5) = 2 \times 9 - 13 = 18 - 13 = 5$$

$$6 \times (8 \times 2 + 9) = 6 \times (16 + 9) = 6 \times 25 = 150$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 26 \times 101 = 26 \times (100 + 1) = 26 \times 100 + 26 \times 1 = 2\ 600 + 26 = 2\ 626$$

$$F = 5 \times 86 \times 20 = 5 \times 20 \times 86 = 100 \times 86 = 8\ 600$$

$$G = 33 \times 54 + 33 \times 46 = 33 \times (54 + 46) = 33 \times 100 = 3\ 300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 3 \times 6^2 = 18^2 \text{ » Faux. } 3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108, \text{ alors que } 18^2 = 324. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 59 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 59 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 130 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 130 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 2 = 4 \times 25 - 2 = 100 - 2 = 98$

$B = (4 \times 5)^2 - 2 = 20^2 - 2 = 400 - 2 = 398$

$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$

$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 3$: $x^2 + 20 = 3^2 + 20 = 9 + 20 = 29$ et $9x = 9 \times 3 = 27$.

$29 \neq 27$: l'égalité est fausse pour $x = 3$.

Pour $x = 5$: $x^2 + 20 = 5^2 + 20 = 25 + 20 = 45$ et $9x = 9 \times 5 = 45$.

$45 = 45$: l'égalité est vraie pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 5 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 64 : $8 \times 8 = 64$, c'est-à-dire $8^2 = 64$.

a) Le côté mesure 8 m.

$4 \times 8 = 32$

b) Le périmètre est de 32 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **$4 \times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 58. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).