



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°207



CAPU0207

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 30 et du quotient de 24 par 6.
- **B** est le quotient de la somme de 30 et 24 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 2)^3 \quad D = 5 \times (15 - 8) \quad E = (2 \times 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

253 divisé par 7 1 685 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 242 par 6 ? Justifier.

$$(a) 242 = 6 \times 39 + 8 \quad (b) 242 = 6 \times 40 + 2 \quad (c) 242 = 6 \times 41 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 373 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 373 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
185					
501					
7 047					
2 204					
3 870					

2. Dans le nombre $52\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 70 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°207



CAPU0207

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 61 - 6 \times 5 \quad B = 12 \div 3 \times 3$$

$$C = 82 - 3 \times (13 - 5) \quad D = 2,3 + 2 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 3 + 9 - 6 = 54 \quad 5 - 3 + 2 + 3 = 3$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 19 \times 16 + 19 \times 84 \quad F = 47 + 5,05 + 53 \quad G = 31 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 4 + 4 + 4 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4^3 = 12 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 75 ; 1 000 ; 100 ; 64 ; 18

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 3 \quad B = (3 \times 5)^2 - 3$$

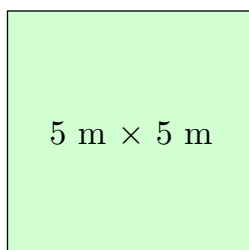
$$C = 3^2 + 7^2 \quad D = (3 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 2$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 134 et 203. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 9. Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°207



CAPU0207

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 30 + 24 \div 6 = 30 + 4 = 34$

$B = (30 + 24) \div 6 = 54 \div 6 = 9$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

$D = 5 \times (15 - 8)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 15 et 8.

$E = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 36 = 252 \leq 253 < 259 = 7 \times 37$: le quotient est 36, le reste $253 - 252 = 1$.

$253 = 7 \times 36 + 1$, avec $1 < 7$.

$14 \times 120 = 1\,680 \leq 1\,685 < 1\,694 = 14 \times 121$: le quotient est 120, le reste $1\,685 - 1\,680 = 5$.

$1\,685 = 14 \times 120 + 5$, avec $5 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $242 = 6 \times 39 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $242 = 6 \times 40 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $242 = 6 \times 41 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 40, reste 2.

Comme $2 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 242 par 40 : quotient 6, reste 2.

3. $373 = 7 \times 53 + 2$

a) 373 jours font 53 semaines complètes et 2 jours.

Après 53 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 2 jours : dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 373 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
185	non	non	oui	non	non
501	non	oui	non	non	non
7 047	non	oui	non	oui	non
2 204	oui	non	non	non	non
3 870	oui	oui	oui	oui	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°207



CAPU0207

Sommes des chiffres :

$$185 \rightarrow 1 + 8 + 5 = 14 \quad 501 \rightarrow 5 + 0 + 1 = 6 \quad 7\,047 \rightarrow 7 + 0 + 4 + 7 = 18$$

$$2\,204 \rightarrow 2 + 2 + 0 + 4 = 8 \quad 3\,870 \rightarrow 3 + 8 + 7 + 0 = 18$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $5 + 2 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 525.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 62 est pair mais $62 = 3 \times 20 + 2$.

« 70 est un multiple de 5. » **Vrai.** $70 = 5 \times 14$: le reste de la division de 70 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 61 - 6 \times 5 = 61 - 30 = 31$

$$B = 12 \div 3 \times 3 = 4 \times 3 = 12$$

$$C = 82 - 3 \times (13 - 5) = 82 - 3 \times 8 = 82 - 24 = 58$$

$$D = 2,3 + 2 \times 0,5 = 2,3 + 1 = 3,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (3 + 9 - 6) = 9 \times (12 - 6) = 9 \times 6 = 54$$

$$5 - (3 + 2) + 3 = 5 - 5 + 3 = 0 + 3 = 3$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 19 \times 16 + 19 \times 84 = 19 \times (16 + 84) = 19 \times 100 = 1\,900$$

$$F = 47 + 5,05 + 53 = 47 + 53 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 31 \times 101 = 31 \times (100 + 1) = 31 \times 100 + 31 \times 1 = 3\,100 + 31 = 3\,131$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 = 4^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$18 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$75 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°207



CAPU0207

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 3 \times 5^2 - 3 = 3 \times 25 - 3 = 75 - 3 = 72$$

$$B = (3 \times 5)^2 - 3 = 15^2 - 3 = 225 - 3 = 222$$

$$C = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

$$D = (3 + 7)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 2 : 2n^3 = 2 \times 2^3 = 2 \times 8 = 16$$

$$\text{Pour } n = 10 : 2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$5 \times 5 = 25$$

a) **Il faut 25 carreaux le long d'un côté.**

$$25 \text{ rangées de } 25 \text{ carreaux} : 25^2 = 25 \times 25 = 625$$

b) **Il faut 625 carreaux en tout.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 134 et 203. » $\rightarrow$ encore 68 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).