



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°208



CAPU0208

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 + 6 \times 4 \quad \mathbf{D} = (8 + 6) \times 8 \quad \mathbf{E} = 31 - 4 \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

150 divisé par 4 2 288 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 251 par 11 ? Justifier.

$$(a) 251 = 11 \times 21 + 20 \quad (b) 251 = 11 \times 22 + 9 \quad (c) 251 = 11 \times 23 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 47 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 090					
5 517					
8 906					
365					
921					

2. Dans le nombre $7\square 7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 142 est un multiple de 7.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 27 + 4 \times 8 \quad B = 17 + 63 \div 9 \times 3$$

$$C = 82 - 3 \times (13 - 9) \quad D = 5 \times [40 - (6 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 - 4 + 2 - 3 = 6 \quad 8 + 6 + 4 \times 9 = 162$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 \quad F = 47 + 3,45 + 53 \quad G = 33 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 11 \times 11 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 49 ; 25 ; 23 ; 103 ; 11

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 7 \quad B = (3 \times 6)^2 - 7$$

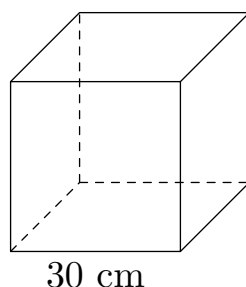
$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 6 = 7n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 158 et 228.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°208



CAPU0208

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 + 6 \times 4$ est une **somme** : c'est la somme de 5 et du produit de 6 par 4.

$D = (8 + 6) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 8 et 6 par 8.

$E = 31 - 4 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 31 et le produit de 4 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 37 = 148 \leq 150 < 152 = 4 \times 38$: le quotient est 37, le reste $150 - 148 = 2$.

$150 = 4 \times 37 + 2$, avec $2 < 4$.

$29 \times 78 = 2\,262 \leq 2\,288 < 2\,291 = 29 \times 79$: le quotient est 78, le reste $2\,288 - 2\,262 = 26$.

$2\,288 = 29 \times 78 + 26$, avec $26 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $251 = 11 \times 21 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $251 = 11 \times 22 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $251 = 11 \times 23 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 22, reste 9.

Comme $9 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 251 par 22 : quotient 11, reste 9.

3. $47 = 6 \times 7 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 7 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 090	oui	oui	oui	non	oui
5 517	non	oui	non	oui	non
8 906	oui	non	non	non	non
365	non	non	oui	non	non
921	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°208



CAPU0208

Sommes des chiffres :

$$6\ 090 \rightarrow 6 + 0 + 9 + 0 = 15 \quad 5\ 517 \rightarrow 5 + 5 + 1 + 7 = 18 \quad 8\ 906 \rightarrow 8 + 9 + 0 + 6 = 23$$
$$365 \rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 \quad 921 \rightarrow 9 + 2 + 1 = 12$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 7 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 747.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 162, somme des chiffres 9.

« 142 est un multiple de 7. » **Faux.** $142 = 7 \times 20 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 + 4 \times 8 = 27 + 32 = 59$

$$B = 17 + 63 \div 9 \times 3 = 17 + 7 \times 3 = 17 + 21 = 38$$

$$C = 82 - 3 \times (13 - 9) = 82 - 3 \times 4 = 82 - 12 = 70$$

$$D = 5 \times [40 - (6 + 5)] = 5 \times [40 - 11] = 5 \times 29 = 145$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 - (4 + 2 - 3) = 9 - (6 - 3) = 9 - 3 = 6$$

$$(8 + 6 + 4) \times 9 = (14 + 4) \times 9 = 18 \times 9 = 162$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 = 3,6 \times (0,25 + 0,75) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$F = 47 + 3,45 + 53 = 47 + 53 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$G = 33 \times 101 = 33 \times (100 + 1) = 33 \times 100 + 33 \times 1 = 3\ 300 + 33 = 3\ 333$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $11 \times 11 = 11^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$11 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 11 < 16 = 4^2) \quad 23 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 23 < 25 = 5^2)$$

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$103 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 103 < 121 = 11^2) \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 7 = 3 \times 36 - 7 = 108 - 7 = 101$

$$B = (3 \times 6)^2 - 7 = 18^2 - 7 = 324 - 7 = 317$$

$$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

$$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 6 = 1^2 + 6 = 1 + 6 = 7$ et $7n = 7 \times 1 = 7$.

7 = 7 : l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Pour $n = 4$: $n^2 + 6 = 4^2 + 6 = 16 + 6 = 22$ et $7n = 7 \times 4 = 28$.

22 $\neq$ 28 : l'égalité est fausse pour $n = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 6$, et seulement pour 1 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\,000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$27\,000 \div 1\,000 = 27$$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 158 et 228. » $\rightarrow$ encore 69 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196, 225.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).