



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°209



CAPU0209

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 8 et du quotient de 12 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 8 et 12 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 1)^2 \quad D = (42 + 30) \div 8 \quad E = 3 + 2 \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

679 divisé par 4 1 633 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 184 par 7 ? Justifier.

$$(a) 184 = 7 \times 25 + 9 \quad (b) 184 = 7 \times 26 + 2 \quad (c) 184 = 7 \times 27 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 94 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 94 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
231					
6 070					
5 392					
4 491					
845					

2. Dans le nombre $6\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 52 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°209



CAPU0209

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 3 \times 2 \quad B = 15 \div 3 \times 2$$

$$C = (9 \times 6 - 3) \div 5 \quad D = 2 \times [34 - (4 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 6 + 5 + 5 = 112 \quad 8 + 2 - 6 - 2 = 6$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 51 - 17 \times 41 \quad F = 48 \times 101 \quad G = 15 + 7,8 + 85$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 + 7 + 7 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 8 \times 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad (2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

111 ; 25 ; 64 ; 144 ; 74 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 9 \quad B = (3 \times 2)^2 - 9$$

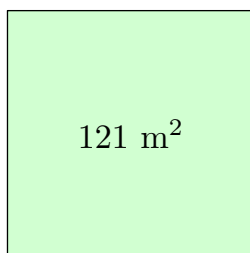
$$C = 5^2 + 6^2 \quad D = (5 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $(a + 4)^2$ pour $a = 2$, puis pour $a = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 341 et 401.
Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°209



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 8 + 12 \div 2 = 8 + 6 = 14$

$B = (8 + 12) \div 2 = 20 \div 2 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 1.

$D = (42 + 30) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 42 et 30 par 8.

$E = 3 + 2 \times 4$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du produit de 2 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 169 = 676 \leq 679 < 680 = 4 \times 170$: le quotient est 169, le reste $679 - 676 = 3$.

$679 = 4 \times 169 + 3$, avec $3 < 4$.

$25 \times 65 = 1\,625 \leq 1\,633 < 1\,650 = 25 \times 66$: le quotient est 65, le reste $1\,633 - 1\,625 = 8$.

$1\,633 = 25 \times 65 + 8$, avec $8 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $184 = 7 \times 25 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $184 = 7 \times 26 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $184 = 7 \times 27 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 26, reste 2.

Comme $2 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 184 par 26 : quotient 7, reste 2.

3. $94 = 7 \times 13 + 3$

a) 94 jours font 13 semaines complètes et 3 jours.

Après 13 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 3 jours : lundi → mardi → mercredi → jeudi.

b) Dans 94 jours, nous serons jeudi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
231	non	oui	non	non	non
6 070	oui	non	oui	non	oui
5 392	oui	non	non	non	non
4 491	non	oui	non	oui	non
845	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°209



CAPU0209

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 231 &\rightarrow 2 + 3 + 1 = 6 & 6\,070 &\rightarrow 6 + 0 + 7 + 0 = 13 & 5\,392 &\rightarrow 5 + 3 + 9 + 2 = 19 \\ 4\,491 &\rightarrow 4 + 4 + 9 + 1 = 18 & 845 &\rightarrow 8 + 4 + 5 = 17 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 8 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 15; \square = 4 : 18; \square = 7 : 21$$

3 solutions : 618, 648, 678.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 22 est pair mais $22 = 3 \times 7 + 1$.

« 52 est un multiple de 4. » **Vrai.** $52 = 4 \times 13$: le reste de la division de 52 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 3 \times 2 = 18 + 6 = 24$

$$B = 15 \div 3 \times 2 = 5 \times 2 = 10$$

$$C = (9 \times 6 - 3) \div 5 = (54 - 3) \div 5 = 51 \div 5 = 10,2$$

$$D = 2 \times [34 - (4 + 4)] = 2 \times [34 - 8] = 2 \times 26 = 52$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (6 + 5 + 5) = 7 \times (11 + 5) = 7 \times 16 = 112$$

$$8 + 2 - (6 - 2) = 8 + 2 - 4 = 10 - 4 = 6$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 51 - 17 \times 41 = 17 \times (51 - 41) = 17 \times 10 = 170$$

$$F = 48 \times 101 = 48 \times (100 + 1) = 48 \times 100 + 48 \times 1 = 4\,800 + 48 = 4\,848$$

$$G = 15 + 7,8 + 85 = 15 + 85 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $8 \times 8 = 8^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } (2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (2 + 4)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 74 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2)$$

$$111 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 9 = 3 \times 4 - 9 = 12 - 9 = 3$

$$B = (3 \times 2)^2 - 9 = 6^2 - 9 = 36 - 9 = 27$$

$$C = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$D = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 2 : (a + 4)^2 = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$$

$$\text{Pour } a = 0,5 : (a + 4)^2 = (0,5 + 4)^2 = 4,5^2 = 20,25$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) Le côté mesure 11 m.

$$4 \times 11 = 44$$

b) Le périmètre est de 44 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 341 et 401. » → encore 59 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 361, 400.

« Je ne suis pas divisible par 5. » → reste : 361.

Le nombre mystère est 361 ($361 = 19^2$).