



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°21



CAPU0021

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 4 et 6.
- **B** est la somme des carrés de 4 et de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 7^2 \quad D = 6 + 24 \div 8 \quad E = (2 \times 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

810 divisé par 4 2 089 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 433 par 12 ? Justifier.

$$(a) 433 = 12 \times 36 + 1 \quad (b) 433 = 12 \times 37 - 11 \quad (c) 433 = 12 \times 35 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 39 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
215					
6 220					
5 026					
327					
8 937					

2. Dans le nombre $18\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 3 est un diviseur de 66.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°21



CAPU0021

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 30 + 5 \times 4 \quad B = 15 + 27 \div 3 \times 4$$

$$C = 53 - 4 \times (10 - 6) \quad D = [6 + 2 \times (9 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 4 + 2 \times 8 = 120 \quad 2 + 9 \times 4 - 3 = 41$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 72 + 3,45 + 28 \quad F = 37 \times 99 \quad G = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 7 \times 7 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 2 \times 6^2 = 12^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 81 ; 109 ; 72 ; 125 ; 89

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 6 \quad B = (2 \times 6)^2 - 6$$

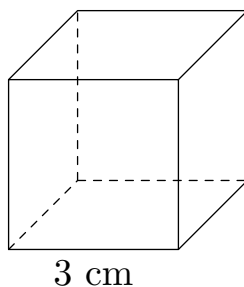
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 4$ et $B = (2a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



3 cm

a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 65.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$

$B = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$D = 6 + 24 \div 8$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du quotient de 24 par 8.

$E = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 202 = 808 \leq 810 < 812 = 4 \times 203$: le quotient est 202, le reste $810 - 808 = 2$.

$810 = 4 \times 202 + 2$, avec $2 < 4$.

$12 \times 174 = 2\,088 \leq 2\,089 < 2\,100 = 12 \times 175$: le quotient est 174, le reste $2\,089 - 2\,088 = 1$.

$2\,089 = 12 \times 174 + 1$, avec $1 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $433 = 12 \times 36 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $433 = 12 \times 37 - 11$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $433 = 12 \times 35 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 36, reste 1.

Comme $1 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 433 par 36 : quotient 12, reste 1.

3. $39 = 12 \times 3 + 3$

3 minibus pleins transportent 36 élèves ; il en reste 3 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 3 = 9$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
215	non	non	oui	non	non
6 220	oui	non	oui	non	oui
5 026	oui	non	non	non	non
327	non	oui	non	non	non
8 937	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$215 \rightarrow 2 + 1 + 5 = 8 \quad 6\,220 \rightarrow 6 + 2 + 2 + 0 = 10 \quad 5\,026 \rightarrow 5 + 0 + 2 + 6 = 13$$

$$327 \rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 \quad 8\,937 \rightarrow 8 + 9 + 3 + 7 = 27$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 8 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 180.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 87 est divisible par 3 ($87 = 3 \times 29$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 3 est un diviseur de 66. » **Vrai.** $66 = 3 \times 22$: le reste de la division de 66 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 30 + 5 \times 4 = 30 + 20 = 50$

$$B = 15 + 27 \div 3 \times 4 = 15 + 9 \times 4 = 15 + 36 = 51$$

$$C = 53 - 4 \times (10 - 6) = 53 - 4 \times 4 = 53 - 16 = 37$$

$$D = [6 + 2 \times (9 - 2)] \div 2 = [6 + 2 \times 7] \div 2 = [6 + 14] \div 2 = 20 \div 2 = 10$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (4 + 2 \times 8) = 6 \times (4 + 16) = 6 \times 20 = 120$$

$$(2 + 9) \times 4 - 3 = 11 \times 4 - 3 = 44 - 3 = 41$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 72 + 3,45 + 28 = 72 + 28 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 37 \times 99 = 37 \times (100 - 1) = 37 \times 100 - 37 \times 1 = 3\,700 - 37 = 3\,663$$

$$G = 2,7 \times 0,4 + 2,7 \times 0,6 = 2,7 \times (0,4 + 0,6) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $7 \times 7 = 7^2$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $2 \times 6^2 = 12^2$ » **Faux**. $2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 6.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

72 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 72 < 81 = 9^2$) $81 = 9^2$: **carré**

89 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 89 < 100 = 10^2$) $100 = 10^2$: **carré**

109 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2$) $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 6 = 2 \times 36 - 6 = 72 - 6 = 66$

$B = (2 \times 6)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$

$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$

$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 2a^2 - 4 = 2 \times 4^2 - 4 = 2 \times 16 - 4 = 32 - 4 = 28$

$B = (2a)^2 - 4 = (2 \times 4)^2 - 4 = 8^2 - 4 = 64 - 4 = 60$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit $2a$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 65. » $\rightarrow$ encore 63 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).