



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°210



CAPU0210

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 13 et 5 par 2.
- **B** est la différence entre 13 et le produit de 5 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 8^2 + 3^2 \quad D = (6 + 4)^2 \quad E = 2 \times 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

894 divisé par 5 559 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 187 par 7 ? Justifier.

$$(a) 187 = 7 \times 26 + 5 \quad (b) 187 = 7 \times 27 - 2 \quad (c) 187 = 7 \times 25 + 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 42 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
755					
7 832					
9 909					
831					
1 280					

2. Dans le nombre $3\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 192 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°210



CAPU0210

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 - 2 + 15 \quad B = 12 + 14 \div 2 \times 4$$

$$C = (7 + 11) \times 6 - 15 \quad D = 2 \times [36 - (9 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 8 + 7 - 5 = 70 \quad 5 + 8 \times 9 - 2 = 115$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 39 \times 99 \quad F = 66 + 3,45 + 34 \quad G = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2 \quad 3 \times 3^2 = 9^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

141 ; 143 ; 144 ; 64 ; 36 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 4 \quad B = (3 \times 5)^2 - 4$$

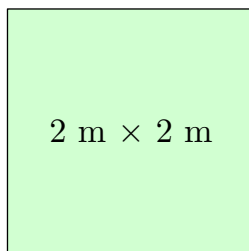
$$C = 6^2 + 7^2 \quad D = (6 + 7)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 12 et 66.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (13 - 5) \times 2 = 8 \times 2 = 16$

$B = 13 - 5 \times 2 = 13 - 10 = 3$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8^2 + 3^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 3.

$D = (6 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 4.

$E = 2 \times 4^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 178 = 890 \leq 894 < 895 = 5 \times 179$: le quotient est 178, le reste $894 - 890 = 4$.

$894 = 5 \times 178 + 4$, avec $4 < 5$.

$29 \times 19 = 551 \leq 559 < 580 = 29 \times 20$: le quotient est 19, le reste $559 - 551 = 8$.

$559 = 29 \times 19 + 8$, avec $8 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $187 = 7 \times 26 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $187 = 7 \times 27 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $187 = 7 \times 25 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 26, reste 5.

Comme $5 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 187 par 26 : quotient 7, reste 5.

3. $42 = 12 \times 3 + 6$

3 minibus pleins transportent 36 élèves ; il en reste 6 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 6 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°210



CAPU0210

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
755	non	non	oui	non	non
7 832	oui	non	non	non	non
9 909	non	oui	non	oui	non
831	non	oui	non	non	non
1 280	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$755 \rightarrow 7 + 5 + 5 = 17 \quad 7\,832 \rightarrow 7 + 8 + 3 + 2 = 20 \quad 9\,909 \rightarrow 9 + 9 + 0 + 9 = 27$$

$$831 \rightarrow 8 + 3 + 1 = 12 \quad 1\,280 \rightarrow 1 + 2 + 8 + 0 = 11$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 3 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

Une seule solution : 333.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai**. Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 192 est un multiple de 8. » **Vrai**. $192 = 8 \times 24$: le reste de la division de 192 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 - 2 + 15 = 19 + 15 = 34$

$$B = 12 + 14 \div 2 \times 4 = 12 + 7 \times 4 = 12 + 28 = 40$$

$$C = (7 + 11) \times 6 - 15 = 18 \times 6 - 15 = 108 - 15 = 93$$

$$D = 2 \times [36 - (9 + 9)] = 2 \times [36 - 18] = 2 \times 18 = 36$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (8 + 7 - 5) = 7 \times (15 - 5) = 7 \times 10 = 70$$

$$(5 + 8) \times 9 - 2 = 13 \times 9 - 2 = 117 - 2 = 115$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 39 \times 99 = 39 \times (100 - 1) = 39 \times 100 - 39 \times 1 = 3\,900 - 39 = 3\,861$$

$$F = 66 + 3,45 + 34 = 66 + 34 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$G = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 = 2,7 \times (0,25 + 0,75) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°210



CAPU0210

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $2^3 = 8$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $(4 + 2)^2 = 4^2 + 2^2$ » **Faux**. $(4 + 2)^2 = 6^2 = 36$, alors que $4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$.

« $3 \times 3^2 = 9^2$ » **Faux**. $3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27$, alors que $9^2 = 81$. Le carré ne porte que sur 3.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$36 = 6^2$: **carré** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube !**

141 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 141 < 144 = 12^2$) 143 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2$)

$144 = 12^2$: **carré** $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 4 = 3 \times 25 - 4 = 75 - 4 = 71$

$B = (3 \times 5)^2 - 4 = 15^2 - 4 = 225 - 4 = 221$

$C = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$

$D = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 2$: $x^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10$ et $5x = 5 \times 2 = 10$.

10 = 10 : l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Pour $x = 6$: $x^2 + 6 = 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42$ et $5x = 5 \times 6 = 30$.

42 $\neq$ 30 : l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 2 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$2 \times 5 = 10$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

10 rangées de 10 carreaux : $10^2 = 10 \times 10 = 100$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 12 et 66. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 16, 36, 49, 64.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°210



CAPU0210

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).