



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°211



CAPU0211

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 20 et 8 par 4.
- **B** est la somme de 20 et du quotient de 8 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9^2 + 4^2 \quad D = (16 + 20) \div 9 \quad E = (4 + 9) \times 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

492 divisé par 8 1 174 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 165 par 7 ? Justifier.

$$(a) 165 = 7 \times 23 + 4 \quad (b) 165 = 7 \times 24 - 3 \quad (c) 165 = 7 \times 22 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 55 élèves en sortie dans des minibus de 12 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 692					
3 610					
445					
447					
5 931					

2. Dans le nombre $51\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 96 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°211



CAPU0211

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 3 + 4 \times 9 \quad B = 27 \div 9 \times 3$$

$$C = (8 \times 6 - 8) \div 2 \quad D = [6 + 2 \times (7 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 9 \times 2 + 4 = 32 \quad 3 \times 9 - 5 - 6 = 6$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 5 \times 85 \times 20 \quad F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad G = 45 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \quad 5 + 5 + 5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2 \quad 4 \times 5^2 = 20^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 36 ; 64 ; 100 ; 24 ; 41

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 4 \quad B = (2 \times 3)^2 - 4$$

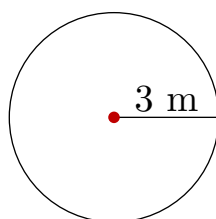
$$C = 1^2 + 5^2 \quad D = (1 + 5)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 4$ et $B = (3a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 190 et 260.
Je suis divisible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°211



CAPU0211

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (20 + 8) \div 4 = 28 \div 4 = 7$

$B = 20 + 8 \div 4 = 20 + 2 = 22$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 4.

$D = (16 + 20) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 16 et 20 par 9.

$E = (4 + 9) \times 3$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 4 et 9 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 61 = 488 \leq 492 < 496 = 8 \times 62$: le quotient est 61, le reste $492 - 488 = 4$.

$492 = 8 \times 61 + 4$, avec $4 < 8$.

$21 \times 55 = 1\,155 \leq 1\,174 < 1\,176 = 21 \times 56$: le quotient est 55, le reste $1\,174 - 1\,155 = 19$.

$1\,174 = 21 \times 55 + 19$, avec $19 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $165 = 7 \times 23 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $165 = 7 \times 24 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $165 = 7 \times 22 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 23, reste 4.

Comme $4 < 23$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 165 par 23 : quotient 7, reste 4.

3. $55 = 12 \times 4 + 7$

4 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $12 - 7 = 5$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°211



CAPU0211

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 692	oui	non	non	non	non
3 610	oui	non	oui	non	oui
445	non	non	oui	non	non
447	non	oui	non	non	non
5 931	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$9\ 692 \rightarrow 9 + 6 + 9 + 2 = 26 \quad 3\ 610 \rightarrow 3 + 6 + 1 + 0 = 10 \quad 445 \rightarrow 4 + 4 + 5 = 13$$

$$447 \rightarrow 4 + 4 + 7 = 15 \quad 5\ 931 \rightarrow 5 + 9 + 3 + 1 = 18$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $5 + 1 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 6 : 12$$

2 solutions : 510, 516.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 23 se termine par 3, mais $23 = 3 \times 7 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 96 est un multiple de 5. » **Faux.** $96 = 5 \times 19 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 3 + 4 \times 9 = 3 + 36 = 39$

$$B = 27 \div 9 \times 3 = 3 \times 3 = 9$$

$$C = (8 \times 6 - 8) \div 2 = (48 - 8) \div 2 = 40 \div 2 = 20$$

$$D = [6 + 2 \times (7 - 4)] \div 5 = [6 + 2 \times 3] \div 5 = [6 + 6] \div 5 = 12 \div 5 = 2,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 9) \times 2 + 4 = 14 \times 2 + 4 = 28 + 4 = 32$$

$$3 \times (9 - 5) - 6 = 3 \times 4 - 6 = 12 - 6 = 6$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 5 \times 85 \times 20 = 5 \times 20 \times 85 = 100 \times 85 = 8\ 500$$

$$F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 45 \times 9 = 45 \times (10 - 1) = 45 \times 10 - 45 \times 1 = 450 - 45 = 405$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°211



CAPU0211

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 = 3^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2$ » **Faux**. $(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$, alors que $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.

« $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux**. $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** 24 : ni l'un ni l'autre ($4^2 = 16 < 24 < 25 = 5^2$)

$36 = 6^2$: **carré** 41 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2$)

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! $100 = 10^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$

$B = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$

$C = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$

$D = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3a^2 - 4 = 3 \times 4^2 - 4 = 3 \times 16 - 4 = 48 - 4 = 44$

$B = (3a)^2 - 4 = (3 \times 4)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) **L'aire exacte est $9\pi\text{ m}^2$.**

$9 \times 3,14 = 28,26$

b) **L'aire vaut environ 28 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 190 et 260. » $\rightarrow$ encore 69 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225, 256.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).