



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°212



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 13 et le produit de 6 par 2.
- **B** est le produit de la différence entre 13 et 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4 + 48 \div 6 \quad D = 6 \times (5 - 2) \quad E = (2 \times 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

395 divisé par 6 1 441 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 258 par 9 ? Justifier.

$$(a) 258 = 9 \times 28 + 6 \quad (b) 258 = 9 \times 27 + 15 \quad (c) 258 = 9 \times 29 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 311 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 311 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 530					
665					
2 691					
921					
3 658					

2. Dans le nombre $1\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 8 est un diviseur de 240.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°212



CAPU0212

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 35 - 11 + 11 \quad B = 19 + 48 \div 6 \times 3$$

$$C = 67 - 2 \times (18 - 8) \quad D = [7 + 9 \times (9 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 8 \times 4 - 6 = 78 \quad 4 \times 5 + 2 \times 4 = 88$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 99 \quad F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 \quad G = 65 + 5,05 + 35$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 7 + 7 + 7 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 64 ; 16 ; 8 ; 129 ; 77

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 1 \quad B = (4 \times 4)^2 - 1$$

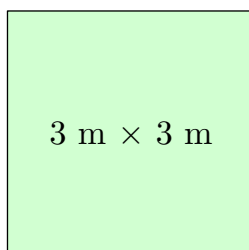
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 7$ et $B = (2a)^2 - 7$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 120 et 159.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°212



CAPU0212

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 13 - 6 \times 2 = 13 - 12 = 1$

$B = (13 - 6) \times 2 = 7 \times 2 = 14$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 + 48 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du quotient de 48 par 6.

$D = 6 \times (5 - 2)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 5 et 2.

$E = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 65 = 390 \leq 395 < 396 = 6 \times 66$: le quotient est 65, le reste $395 - 390 = 5$.

$395 = 6 \times 65 + 5$, avec $5 < 6$.

$12 \times 120 = 1\,440 \leq 1\,441 < 1\,452 = 12 \times 121$: le quotient est 120, le reste $1\,441 - 1\,440 = 1$.

$1\,441 = 12 \times 120 + 1$, avec $1 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $258 = 9 \times 28 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $258 = 9 \times 27 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $258 = 9 \times 29 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 28, reste 6.

Comme $6 < 28$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 258 par 28 : quotient 9, reste 6.

3. $311 = 7 \times 44 + 3$

a) 311 jours font 44 semaines complètes et 3 jours.

Après 44 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 3 jours : lundi → mardi → mercredi → jeudi.

b) Dans 311 jours, nous serons jeudi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 530	oui	non	oui	non	oui
665	non	non	oui	non	non
2 691	non	oui	non	oui	non
921	non	oui	non	non	non
3 658	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°212



CAPU0212

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,530 &\rightarrow 6 + 5 + 3 + 0 = 14 & 665 &\rightarrow 6 + 6 + 5 = 17 & 2\,691 &\rightarrow 2 + 6 + 9 + 1 = 18 \\ 921 &\rightarrow 9 + 2 + 1 = 12 & 3\,658 &\rightarrow 3 + 6 + 5 + 8 = 22 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 3 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 153.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 8 est un diviseur de 240. » **Vrai.** $240 = 8 \times 30$: le reste de la division de 240 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 35 - 11 + 11 = 24 + 11 = 35$

$$B = 19 + 48 \div 6 \times 3 = 19 + 8 \times 3 = 19 + 24 = 43$$

$$C = 67 - 2 \times (18 - 8) = 67 - 2 \times 10 = 67 - 20 = 47$$

$$D = [7 + 9 \times (9 - 3)] \div 5 = [7 + 9 \times 6] \div 5 = [7 + 54] \div 5 = 61 \div 5 = 12,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (8 \times 4 - 6) = 3 \times (32 - 6) = 3 \times 26 = 78$$

$$(4 \times 5 + 2) \times 4 = (20 + 2) \times 4 = 22 \times 4 = 88$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 99 = 17 \times (100 - 1) = 17 \times 100 - 17 \times 1 = 1\,700 - 17 = 1\,683$$

$$F = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 65 + 5,05 + 35 = 65 + 35 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $5 \times 5 = 5^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 77 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 77 < 81 = 9^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 129 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 129 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 1 = 4 \times 16 - 1 = 64 - 1 = 63$

$$B = (4 \times 4)^2 - 1 = 16^2 - 1 = 256 - 1 = 255$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 7 = 2 \times 5^2 - 7 = 2 \times 25 - 7 = 50 - 7 = 43$$

$$B = (2a)^2 - 7 = (2 \times 5)^2 - 7 = 10^2 - 7 = 100 - 7 = 93$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$3 \times 4 = 12$$

a) Il faut 12 carreaux le long d'un côté.

$$12 \text{ rangées de } 12 \text{ carreaux : } 12^2 = 12 \times 12 = 144$$

b) Il faut 144 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 120 et 159. » $\rightarrow$ encore 38 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).