



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°213



CAPU0213

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 4 et 2.
- **B** est la somme des carrés de 4 et de 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times 9^2 - 7 \quad \mathbf{D} = 5^2 + 2^2 \quad \mathbf{E} = (2 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

369 divisé par 5 1 836 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 244 par 6 ? Justifier.

$$(a) 244 = 6 \times 41 - 2 \quad (b) 244 = 6 \times 40 + 4 \quad (c) 244 = 6 \times 39 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 109 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 028					
2 150					
2 241					
125					
291					

2. Dans le nombre $10\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 78.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°213



CAPU0213

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 5 + 6 \times 5 \quad B = 8 \times 6 - 4 \times 6$$

$$C = (9 \times 7 - 3) \div 2 \quad D = [5 + 3 \times (8 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 3 + 7 \times 3 = 102 \quad 7 + 2 \times 3 - 2 = 9$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 33 \times 99 \quad F = 2 \times 84 \times 5 \quad G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 + 5 + 5 \quad 7 \times 7 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 25 ; 8 ; 64 ; 123 ; 137

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 3 \quad B = (5 \times 5)^2 - 3$$

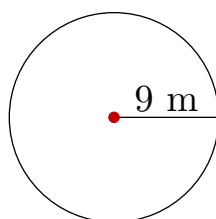
$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 5$ et $B = (3x)^2 - 5$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 9 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 22 et 60.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je ne suis pas divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°213



CAPU0213

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$B = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 9^2 - 7$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 9 et 7.

$D = 5^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 5 et de 2.

$E = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 73 = 365 \leq 369 < 370 = 5 \times 74$: le quotient est 73, le reste $369 - 365 = 4$.

$369 = 5 \times 73 + 4$, avec $4 < 5$.

$22 \times 83 = 1\,826 \leq 1\,836 < 1\,848 = 22 \times 84$: le quotient est 83, le reste $1\,836 - 1\,826 = 10$.

$1\,836 = 22 \times 83 + 10$, avec $10 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $244 = 6 \times 41 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $244 = 6 \times 40 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $244 = 6 \times 39 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 40, reste 4.

Comme $4 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 244 par 40 : quotient 6, reste 4.

3. $109 = 12 \times 9 + 1$, avec $1 < 12$

a) Elle remplit 9 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 028	oui	non	non	non	non
2 150	oui	non	oui	non	oui
2 241	non	oui	non	oui	non
125	non	non	oui	non	non
291	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°213



CAPU0213

Sommes des chiffres :

$$3\ 028 \rightarrow 3 + 0 + 2 + 8 = 13 \quad 2\ 150 \rightarrow 2 + 1 + 5 + 0 = 8 \quad 2\ 241 \rightarrow 2 + 2 + 4 + 1 = 9$$
$$125 \rightarrow 1 + 2 + 5 = 8 \quad 291 \rightarrow 2 + 9 + 1 = 12$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 0 + \square = 1 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 3 ; \square = 8 : 9$$

2 solutions : 102, 108.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 6 est un diviseur de 78. » **Vrai.** $78 = 6 \times 13$: le reste de la division de 78 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 5 + 6 \times 5 = 5 + 30 = 35$

$$B = 8 \times 6 - 4 \times 6 = 48 - 24 = 24$$

$$C = (9 \times 7 - 3) \div 2 = (63 - 3) \div 2 = 60 \div 2 = 30$$

$$D = [5 + 3 \times (8 - 3)] \div 2 = [5 + 3 \times 5] \div 2 = [5 + 15] \div 2 = 20 \div 2 = 10$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 \times 3 + 7) \times 3 = (27 + 7) \times 3 = 34 \times 3 = 102$$

$$7 + 2 \times (3 - 2) = 7 + 2 \times 1 = 7 + 2 = 9$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 33 \times 99 = 33 \times (100 - 1) = 33 \times 100 - 33 \times 1 = 3\ 300 - 33 = 3\ 267$$

$$F = 2 \times 84 \times 5 = 2 \times 5 \times 84 = 10 \times 84 = 840$$

$$G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $7 \times 7 = 7^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°213



CAPU0213

123 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 123 < 144 = 12^2$) 137 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 137 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 3 = 5 \times 25 - 3 = 125 - 3 = 122$

$$B = (5 \times 5)^2 - 3 = 25^2 - 3 = 625 - 3 = 622$$

$$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$$

$$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 5 = 3 \times 3^2 - 5 = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$$

$$B = (3x)^2 - 5 = (3 \times 3)^2 - 5 = 9^2 - 5 = 81 - 5 = 76$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $3x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 9^2 = \pi \times 81 = 81\pi$

a) L'aire exacte est $81\pi \text{ m}^2$.

$$81 \times 3,14 = 254,34$$

b) L'aire vaut environ 254 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 9^2$, et non $(\pi \times 9)^2$. On élève 9 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 22 et 60. » $\rightarrow$ encore 37 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 25, 49.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).