



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°214



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 32 et 24 par 4.
- **B** est la somme de 32 et du quotient de 24 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 4)^2 \quad D = (3 + 1)^3 \quad E = 3^2 + 6^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

745 divisé par 9 1 107 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 214 par 6 ? Justifier.

$$(a) 214 = 6 \times 36 - 2 \quad (b) 214 = 6 \times 35 + 4 \quad (c) 214 = 6 \times 34 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 76 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
501					
4 383					
3 286					
8 030					
835					

2. Dans le nombre $58\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 58 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°214



CAPU0214

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 20 + 2 \times 9 \quad B = 6 \times 8 - 3 \times 3$$

$$C = (8 \times 6 - 2) \div 2 \quad D = 1,9 + 6 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 7 \times 4 - 5 = 138 \quad 9 \times 2 + 9 \times 7 = 189$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 19 \times 99 \quad F = 5 \times 88 \times 20 \quad G = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 6 + 6 + 6 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4 \times 5^2 = 20^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 8 ; 36 ; 29 ; 18 ; 97

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 1 \quad B = (3 \times 5)^2 - 1$$

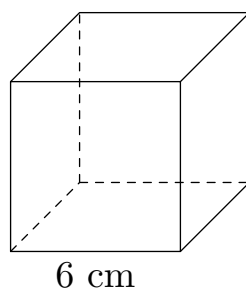
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 4$ et $B = (3a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 60.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (32 + 24) \div 4 = 56 \div 4 = 14$

$$B = 32 + 24 \div 4 = 32 + 6 = 38$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$$D = (3 + 1)^3 \text{ est un } \mathbf{cube} : \text{c'est le cube de la somme de 3 et 1.}$$

$$E = 3^2 + 6^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 3 et de 6.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 82 = 738 \leq 745 < 747 = 9 \times 83$: le quotient est 82, le reste $745 - 738 = 7$.

$$745 = 9 \times 82 + 7, \text{ avec } 7 < 9.$$

$$22 \times 50 = 1\,100 \leq 1\,107 < 1\,122 = 22 \times 51 : \text{le quotient est 50, le reste } 1\,107 - 1\,100 = 7.$$

$$1\,107 = 22 \times 50 + 7, \text{ avec } 7 < 22.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $214 = 6 \times 36 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $214 = 6 \times 35 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $214 = 6 \times 34 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 35, reste 4.

Comme $4 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 214 par 35 : quotient 6, reste 4.

3. $76 = 16 \times 4 + 12$

4 minibus pleins transportent 64 élèves ; il en reste 12 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collègue.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 12 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°214



CAPU0214

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
501	non	oui	non	non	non
4 383	non	oui	non	oui	non
3 286	oui	non	non	non	non
8 030	oui	non	oui	non	oui
835	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$501 \rightarrow 5 + 0 + 1 = 6 \quad 4\,383 \rightarrow 4 + 3 + 8 + 3 = 18 \quad 3\,286 \rightarrow 3 + 2 + 8 + 6 = 19$$

$$8\,030 \rightarrow 8 + 0 + 3 + 0 = 11 \quad 835 \rightarrow 8 + 3 + 5 = 16$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $5 + 8 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 585.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 66 est divisible par 3 ($66 = 3 \times 22$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 58 est un multiple de 5. » **Faux.** $58 = 5 \times 11 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 20 + 2 \times 9 = 20 + 18 = 38$

$$B = 6 \times 8 - 3 \times 3 = 48 - 9 = 39$$

$$C = (8 \times 6 - 2) \div 2 = (48 - 2) \div 2 = 46 \div 2 = 23$$

$$D = 1,9 + 6 \times 0,2 = 1,9 + 1,2 = 3,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (7 \times 4 - 5) = 6 \times (28 - 5) = 6 \times 23 = 138$$

$$(9 \times 2 + 9) \times 7 = (18 + 9) \times 7 = 27 \times 7 = 189$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 19 \times 99 = 19 \times (100 - 1) = 19 \times 100 - 19 \times 1 = 1\,900 - 19 = 1\,881$$

$$F = 5 \times 88 \times 20 = 5 \times 20 \times 88 = 100 \times 88 = 8\,800$$

$$G = 12,5 \times 0,8 + 12,5 \times 0,2 = 12,5 \times (0,8 + 0,2) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°214



CAPU0214

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $6 \times 6 = 6^2$

$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $6^3 = 216$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux**. $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $16 = 4^2$: **carré**

18 : ni l'un ni l'autre ($4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2$) 29 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 29 < 36 = 6^2$)

$36 = 6^2$: **carré** 97 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 1 = 3 \times 25 - 1 = 75 - 1 = 74$

$B = (3 \times 5)^2 - 1 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$

$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3a^2 - 4 = 3 \times 2^2 - 4 = 3 \times 4 - 4 = 12 - 4 = 8$

$B = (3a)^2 - 4 = (3 \times 2)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit $3a$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur 6 : $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 60. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°214



CAPU0214

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).