



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°215



CAPU0215

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 12 et du produit de 7 par 3.
- **B** est le produit de la somme de 12 et 7 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 + 1)^3 \quad \mathbf{D} = 5 \times 8^2 - 17 \quad \mathbf{E} = 3^2 + 8^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

724 divisé par 8 1 980 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 309 par 9 ? Justifier.

$$(a) 309 = 9 \times 34 + 3 \quad (b) 309 = 9 \times 33 + 12 \quad (c) 309 = 9 \times 35 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 510					
9 459					
3 722					
575					
231					

2. Dans le nombre $12\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 192 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°215



CAPU0215

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 4 + 5 \times 5 \quad B = 17 + 40 \div 8 \times 4$$

$$C = (3 + 11) \times 3 - 17 \quad D = 2 \times [40 - (7 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 5 - 2 - 9 = 3 \quad 8 + 5 \times 7 + 3 = 94$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 53 + 12,6 + 47 \quad F = 13 \times 11 \quad G = 16 \times 51 + 16 \times 49$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 8 + 8 + 8 \quad 8 \times 8 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000 \quad (3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 25 ; 74 ; 149 ; 64 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 4 \quad B = (2 \times 4)^2 - 4$$

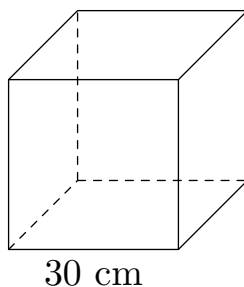
$$C = 6^2 + 2^2 \quad D = (6 + 2)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 5$ et $B = (2x)^2 - 5$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 51 et 86.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°215



CAPU0215

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 12 + 7 \times 3 = 12 + 21 = 33$

$B = (12 + 7) \times 3 = 19 \times 3 = 57$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$D = 5 \times 8^2 - 17$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 8 et 17.

$E = 3^2 + 8^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 90 = 720 \leq 724 < 728 = 8 \times 91$: le quotient est 90, le reste $724 - 720 = 4$.

$724 = 8 \times 90 + 4$, avec $4 < 8$.

$29 \times 68 = 1\,972 \leq 1\,980 < 2\,001 = 29 \times 69$: le quotient est 68, le reste $1\,980 - 1\,972 = 8$.

$1\,980 = 29 \times 68 + 8$, avec $8 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $309 = 9 \times 34 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $309 = 9 \times 33 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $309 = 9 \times 35 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 34, reste 3.

Comme $3 < 34$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 309 par 34 : quotient 9, reste 3.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 510	oui	non	oui	non	oui
9 459	non	oui	non	oui	non
3 722	oui	non	non	non	non
575	non	non	oui	non	non
231	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°215



CAPU0215

Sommes des chiffres :

$$4\ 510 \rightarrow 4 + 5 + 1 + 0 = 10 \quad 9\ 459 \rightarrow 9 + 4 + 5 + 9 = 27 \quad 3\ 722 \rightarrow 3 + 7 + 2 + 2 = 14$$
$$575 \rightarrow 5 + 7 + 5 = 17 \quad 231 \rightarrow 2 + 3 + 1 = 6$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 2 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3; \square = 6 : 9$$

2 solutions : 120, 126.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 192 est un multiple de 8. » **Vrai.** $192 = 8 \times 24$: le reste de la division de 192 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 4 + 5 \times 5 = 4 + 25 = 29$

$$B = 17 + 40 \div 8 \times 4 = 17 + 5 \times 4 = 17 + 20 = 37$$

$$C = (3 + 11) \times 3 - 17 = 14 \times 3 - 17 = 42 - 17 = 25$$

$$D = 2 \times [40 - (7 + 8)] = 2 \times [40 - 15] = 2 \times 25 = 50$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (5 - 2) - 9 = 4 \times 3 - 9 = 12 - 9 = 3$$

$$(8 + 5) \times 7 + 3 = 13 \times 7 + 3 = 91 + 3 = 94$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 53 + 12,6 + 47 = 53 + 47 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 13 \times 11 = 13 \times (10 + 1) = 13 \times 10 + 13 \times 1 = 130 + 13 = 143$$

$$G = 16 \times 51 + 16 \times 49 = 16 \times (51 + 49) = 16 \times 100 = 1\ 600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

$$1. 3 \times 3 \times 3 = 3^3 \quad 8 \times 8 = 8^2 \quad 2,5 \times 2,5 = 2,5^2$$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

$$2. 12^2 = 12 \times 12 = 144 \quad 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \quad 0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } (3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2 \text{ » Faux. } (3 + 5)^2 = 8^2 = 64, \text{ alors que } 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 74 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°215



CAPU0215

149 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2$) 1 000 = 10^3 : **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 4 = 2 \times 16 - 4 = 32 - 4 = 28$

$$B = (2 \times 4)^2 - 4 = 8^2 - 4 = 64 - 4 = 60$$

$$C = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$$

$$D = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 5 = 2 \times 4^2 - 5 = 2 \times 16 - 5 = 32 - 5 = 27$$

$$B = (2x)^2 - 5 = (2 \times 4)^2 - 5 = 8^2 - 5 = 64 - 5 = 59$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\,000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$27\,000 \div 1\,000 = 27$$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 51 et 86. » $\rightarrow$ encore 34 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).