



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°216



CAPU0216

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 6 et 2.
- **B** est la somme des carrés de 6 et de 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 10^2 - 36 \quad D = (2 \times 6)^2 \quad E = 2 \times 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

594 divisé par 8 545 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 197 par 6 ? Justifier.

$$(a) 197 = 6 \times 32 + 5 \quad (b) 197 = 6 \times 33 - 1 \quad (c) 197 = 6 \times 31 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 131 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 751					
4 684					
597					
9 240					
125					

2. Dans le nombre $43\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 96.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°216



CAPU0216

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 86 - 2 \times 7 \quad B = 36 \div 9 \times 2$$

$$C = (4 + 11) \times 6 - 12 \quad D = [6 + 7 \times (9 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 - 4 + 2 + 3 = 3 \quad 8 \times 7 + 7 - 4 = 108$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 22 \times 11 \quad F = 1,5 \times 0,7 + 1,5 \times 0,3 \quad G = 14 + 7,8 + 86$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 9 + 9 + 9 \quad 12 \times 12$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$7^2 = 14 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

73 ; 64 ; 16 ; 8 ; 13 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 7 \quad B = (4 \times 2)^2 - 7$$

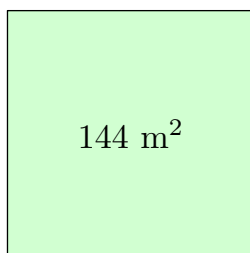
$$C = 1^2 + 5^2 \quad D = (1 + 5)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 6 = 5n$ est-elle vraie pour $n = 3$? Pour $n = 7$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 26 et 71.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°216



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$

$B = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 10^2 - 36$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 10 et 36.

$D = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = 2 \times 4^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 74 = 592 \leq 594 < 600 = 8 \times 75$: le quotient est 74, le reste $594 - 592 = 2$.

$594 = 8 \times 74 + 2$, avec $2 < 8$.

$12 \times 45 = 540 \leq 545 < 552 = 12 \times 46$: le quotient est 45, le reste $545 - 540 = 5$.

$545 = 12 \times 45 + 5$, avec $5 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $197 = 6 \times 32 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $197 = 6 \times 33 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $197 = 6 \times 31 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 32, reste 5.

Comme $5 < 32$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 197 par 32 : quotient 6, reste 5.

3. $131 = 20 \times 6 + 11$

En 6 soirs, elle lit 120 pages ; il lui en reste encore 11.

a) **Il lui faut $6 + 1 = 7$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 11 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 751	non	oui	non	oui	non
4 684	oui	non	non	non	non
597	non	oui	non	non	non
9 240	oui	oui	oui	non	oui
125	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°216



CAPU0216

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 5\,751 \rightarrow 5 + 7 + 5 + 1 = 18 & 4\,684 \rightarrow 4 + 6 + 8 + 4 = 22 & 597 \rightarrow 5 + 9 + 7 = 21 \\ 9\,240 \rightarrow 9 + 2 + 4 + 0 = 15 & 125 \rightarrow 1 + 2 + 5 = 8 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 3 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 435.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 78 est divisible par 3 ($78 = 3 \times 26$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 96. » **Vrai.** $96 = 4 \times 24$: le reste de la division de 96 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 86 - 2 \times 7 = 86 - 14 = 72$

$$B = 36 \div 9 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

$$C = (4 + 11) \times 6 - 12 = 15 \times 6 - 12 = 90 - 12 = 78$$

$$D = [6 + 7 \times (9 - 2)] \div 5 = [6 + 7 \times 7] \div 5 = [6 + 49] \div 5 = 55 \div 5 = 11$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 - (4 + 2) + 3 = 6 - 6 + 3 = 0 + 3 = 3$$

$$8 \times (7 + 7) - 4 = 8 \times 14 - 4 = 112 - 4 = 108$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 22 \times 11 = 22 \times (10 + 1) = 22 \times 10 + 22 \times 1 = 220 + 22 = 242$$

$$F = 1,5 \times 0,7 + 1,5 \times 0,3 = 1,5 \times (0,7 + 0,3) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$G = 14 + 7,8 + 86 = 14 + 86 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $12 \times 12 = 12^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $7^2 = 14$ » **Faux.** $7^2 = 7 \times 7 = 49$. L'exposant ne multiplie pas : $7 \times 2 = 14$, c'est le double.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 13 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 13 < 16 = 4^2)$$

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$73 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 73 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°216



CAPU0216

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 7 = 4 \times 4 - 7 = 16 - 7 = 9$

$B = (4 \times 2)^2 - 7 = 8^2 - 7 = 64 - 7 = 57$

$C = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$

$D = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 3$: $n^2 + 6 = 3^2 + 6 = 9 + 6 = 15$ et $5n = 5 \times 3 = 15$.

15 = 15 : l'égalité est vraie pour $n = 3$.

Pour $n = 7$: $n^2 + 6 = 7^2 + 6 = 49 + 6 = 55$ et $5n = 5 \times 7 = 35$.

55 $\neq$ 35 : l'égalité est fausse pour $n = 7$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 2$, et seulement pour 3 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$4 \times 12 = 48$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté^2 , son périmètre $4 \times \text{côté}$.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 26 et 71. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 36, 64.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).