



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°217



CAPU0217

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 \times 3)^2 \quad \mathbf{D} = 3 + 6 \times 3 \quad \mathbf{E} = 2 \times 7^2 - 3$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

359 divisé par 9      1 486 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 222 par 12 ? Justifier.

$$(a) 222 = 12 \times 18 + 6 \quad (b) 222 = 12 \times 19 - 6 \quad (c) 222 = 12 \times 17 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 210 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 141    |       |       |       |       |        |
| 4 588  |       |       |       |       |        |
| 1 521  |       |       |       |       |        |
| 875    |       |       |       |       |        |
| 4 440  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $2\square5$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 87 est un multiple de 3.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°217



CAPU0217

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 60 - 5 + 15 \quad B = 20 + 36 \div 9 \times 4$$

$$C = (6 \times 3 - 8) \div 4 \quad D = [7 + 9 \times (9 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 6 \times 6 - 7 = 87 \quad 4 + 2 \times 3 - 9 = 9$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 47 \times 9 \quad F = 26 \times 58 + 26 \times 42 \quad G = 12 + 12,6 + 88$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 + 6 + 6 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 5 \times 5 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2 \times 6^2 = 12^2 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

131 ; 135 ; 100 ; 27 ; 42 ; 16

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 3 \quad B = (5 \times 5)^2 - 3$$

$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression  $(a + 5)^2$  pour  $a = 6$ , puis pour  $a = 0,5$ .

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 158 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 60 et 139.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 0.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°217



## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = (2 \times 3)^2$  est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$D = 3 + 6 \times 3$  est une **somme** : c'est la somme de 3 et du produit de 6 par 3.

$E = 2 \times 7^2 - 3$  est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 7 et 3.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $9 \times 39 = 351 \leq 359 < 360 = 9 \times 40$  : le quotient est 39, le reste  $359 - 351 = 8$ .

$359 = 9 \times 39 + 8$ , avec  $8 < 9$ .

$21 \times 70 = 1\,470 \leq 1\,486 < 1\,491 = 21 \times 71$  : le quotient est 70, le reste  $1\,486 - 1\,470 = 16$ .

$1\,486 = 21 \times 70 + 16$ , avec  $16 < 21$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 12$  » :

(a)  $222 = 12 \times 18 + 6$  : le reste 6 est bien inférieur à 12. ✓

(b)  $222 = 12 \times 19 - 6$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(c)  $222 = 12 \times 17 + 18$  : le « reste » 18 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

**C'est l'égalité (a) : quotient 18, reste 6.**

Comme  $6 < 18$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 222 par 18 : quotient 12, reste 6.

3.  $210 = 12 \times 17 + 6$ , avec  $6 < 12$

**a) Elle remplit 17 boîtes pleines.**

**b) Il reste 6 œufs.**

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 141    | non   | oui   | non   | non   | non    |
| 4 588  | oui   | non   | non   | non   | non    |
| 1 521  | non   | oui   | non   | oui   | non    |
| 875    | non   | non   | oui   | non   | non    |
| 4 440  | oui   | oui   | oui   | non   | oui    |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°217



CAPU0217

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 141 &\rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 & 4\,588 &\rightarrow 4 + 5 + 8 + 8 = 25 & 1\,521 &\rightarrow 1 + 5 + 2 + 1 = 9 \\ 875 &\rightarrow 8 + 7 + 5 = 20 & 4\,440 &\rightarrow 4 + 4 + 4 + 0 = 12 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres :  $2 + \square + 5 = 7 + \square$ . Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

**Une seule solution : 225.**

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 75 est divisible par 3 ( $75 = 3 \times 25$ ) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 87 est un multiple de 3. » **Vrai.**  $87 = 3 \times 29$  : le reste de la division de 87 par 3 est nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 60 - 5 + 15 = 55 + 15 = 70$

$$B = 20 + 36 \div 9 \times 4 = 20 + 4 \times 4 = 20 + 16 = 36$$

$$C = (6 \times 3 - 8) \div 4 = (18 - 8) \div 4 = 10 \div 4 = 2,5$$

$$D = [7 + 9 \times (9 - 4)] \div 5 = [7 + 9 \times 5] \div 5 = [7 + 45] \div 5 = 52 \div 5 = 10,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (6 \times 6 - 7) = 3 \times (36 - 7) = 3 \times 29 = 87$$

$$(4 + 2) \times 3 - 9 = 6 \times 3 - 9 = 18 - 9 = 9$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 47 \times 9 = 47 \times (10 - 1) = 47 \times 10 - 47 \times 1 = 470 - 47 = 423$$

$$F = 26 \times 58 + 26 \times 42 = 26 \times (58 + 42) = 26 \times 100 = 2\,600$$

$$G = 12 + 12,6 + 88 = 12 + 88 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $2 \times 2 \times 2 = 2^3$      $5 \times 5 = 5^2$      $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2.  $9^2 = 9 \times 9 = 81$      $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$      $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. «  $1^3 = 1$  » **Vrai.**  $1 \times 1 \times 1 = 1$ .

$$\text{« } 2 \times 6^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$42 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 42 < 49 = 7^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$131 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 131 < 144 = 12^2) \quad 135 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 135 < 144 = 12^2)$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°217



CAPU0217

### Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 5 \times 5^2 - 3 = 5 \times 25 - 3 = 125 - 3 = 122$

$$B = (5 \times 5)^2 - 3 = 25^2 - 3 = 625 - 3 = 622$$

$$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$  : dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $5 \times 5$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe  $\times$  qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 6 : (a + 5)^2 = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$$

$$\text{Pour } a = 0,5 : (a + 5)^2 = (0,5 + 5)^2 = 5,5^2 = 30,25$$

### Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise  $n \times n = n^2$ . On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 158 :

$$12^2 = 144 \leq 158 \text{ et } 13^2 = 169 > 158.$$

**a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.**

$$158 - 144 = 14$$

**b) Il lui restera 14 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 60 et 139. »  $\rightarrow$  encore 78 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 64, 81, 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 3. »  $\rightarrow$  reste : 64, 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 0. »  $\rightarrow$  reste : 100.

**Le nombre mystère est 100 ( $100 = 10^2$ ).**