



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°218



CAPU0218

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 5)^2 \quad \mathbf{D} = (5 + 5) \times 9 \quad \mathbf{E} = 8^2 + 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

354 divisé par 8 2 343 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 134 par 8 ? Justifier.

$$(a) 134 = 8 \times 15 + 14 \quad (b) 134 = 8 \times 17 - 2 \quad (c) 134 = 8 \times 16 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 135 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
895					
8 024					
651					
5 600					
9 189					

2. Dans le nombre $6\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 60 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°218



CAPU0218

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 64 - 2 \times 7 \quad B = 6 \times 6 - 6 \times 3$$

$$C = (12 + 9) \times 3 - 12 \quad D = [6 + 8 \times (9 - 5)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 3 - 9 \times 2 = 18 \quad 3 + 4 + 7 \times 2 = 28$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 35 + 12,6 + 65 \quad F = 27 \times 101 \quad G = 17 \times 43 + 17 \times 57$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 6 + 6 + 6 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 6^2 = 12 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 144 ; 80 ; 64 ; 115 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 2 \quad B = (3 \times 5)^2 - 2$$

$$C = 5^2 + 1^2 \quad D = (5 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 20 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 5$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 165 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 9 et 77. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 9.
Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°218



CAPU0218

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 5.

$D = (5 + 5) \times 9$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 5 et 5 par 9.

$E = 8^2 + 4^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 44 = 352 \leq 354 < 360 = 8 \times 45$: le quotient est 44, le reste $354 - 352 = 2$.

$354 = 8 \times 44 + 2$, avec $2 < 8$.

$26 \times 90 = 2\,340 \leq 2\,343 < 2\,366 = 26 \times 91$: le quotient est 90, le reste $2\,343 - 2\,340 = 3$.

$2\,343 = 26 \times 90 + 3$, avec $3 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $134 = 8 \times 15 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $134 = 8 \times 17 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $134 = 8 \times 16 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 16, reste 6.

Comme $6 < 16$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 134 par 16 : quotient 8, reste 6.

3. $135 = 12 \times 11 + 3$

En 11 soirs, elle lit 132 pages ; il lui en reste encore 3.

a) Il lui faut $11 + 1 = 12$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 3 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
895	non	non	oui	non	non
8 024	oui	non	non	non	non
651	non	oui	non	non	non
5 600	oui	non	oui	non	oui
9 189	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°218



CAPU0218

Sommes des chiffres :

$$895 \rightarrow 8 + 9 + 5 = 22 \quad 8\,024 \rightarrow 8 + 0 + 2 + 4 = 14 \quad 651 \rightarrow 6 + 5 + 1 = 12$$

$$5\,600 \rightarrow 5 + 6 + 0 + 0 = 11 \quad 9\,189 \rightarrow 9 + 1 + 8 + 9 = 27$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 0 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 3 : 9$$

Une seule solution : 630.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 75 est divisible par 3 ($75 = 3 \times 25$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 60 est un multiple de 4. » **Vrai.** $60 = 4 \times 15$: le reste de la division de 60 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 64 - 2 \times 7 = 64 - 14 = 50$

$$B = 6 \times 6 - 6 \times 3 = 36 - 18 = 18$$

$$C = (12 + 9) \times 3 - 12 = 21 \times 3 - 12 = 63 - 12 = 51$$

$$D = [6 + 8 \times (9 - 5)] \div 5 = [6 + 8 \times 4] \div 5 = [6 + 32] \div 5 = 38 \div 5 = 7,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 \times 3 - 9) \times 2 = (18 - 9) \times 2 = 9 \times 2 = 18$$

$$(3 + 4 + 7) \times 2 = (7 + 7) \times 2 = 14 \times 2 = 28$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 35 + 12,6 + 65 = 35 + 65 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 27 \times 101 = 27 \times (100 + 1) = 27 \times 100 + 27 \times 1 = 2\,700 + 27 = 2\,727$$

$$G = 17 \times 43 + 17 \times 57 = 17 \times (43 + 57) = 17 \times 100 = 1\,700$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 6^2 = 12 \text{ » Faux. } 6^2 = 6 \times 6 = 36. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 6 \times 2 = 12, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$80 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 80 < 81 = 9^2) \quad 115 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 2 = 3 \times 25 - 2 = 75 - 2 = 73$

$$B = (3 \times 5)^2 - 2 = 15^2 - 2 = 225 - 2 = 223$$

$$C = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$$

$$D = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 5 : x^2 + 20 = 5^2 + 20 = 25 + 20 = 45 \text{ et } 9x = 9 \times 5 = 45.$$

45 = 45 : l'égalité est vraie pour $x = 5$.

$$\text{Pour } x = 1 : x^2 + 20 = 1^2 + 20 = 1 + 20 = 21 \text{ et } 9x = 9 \times 1 = 9.$$

21 $\neq$ 9 : l'égalité est fausse pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 5 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 165 :

$$12^2 = 144 \leq 165 \text{ et } 13^2 = 169 > 165.$$

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$$165 - 144 = 21$$

b) Il lui restera 21 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 9 et 77. » $\rightarrow$ encore 67 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).