



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°219



CAPU0219

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 3.
- **B** est le carré du double de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 5^2 \quad D = 3^2 + 9^2 \quad E = (2 \times 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

374 divisé par 3 1 931 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 141 par 11 ? Justifier.

$$(a) 141 = 11 \times 11 + 20 \quad (b) 141 = 11 \times 12 + 9 \quad (c) 141 = 11 \times 13 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 269 pages. Nina en lit 18 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
995					
141					
9 776					
4 670					
7 029					

2. Dans le nombre $3\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 97.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°219



CAPU0219

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 54 - 13 + 14 \quad B = 20 \div 5 \times 2$$

$$C = 59 - 2 \times (13 - 2) \quad D = 2,7 + 6 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 3 - 2 \times 2 = 16 \quad 7 + 6 + 5 \times 5 = 90$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 45 \times 125 \quad F = 14 \times 99 \quad G = 48 \times 65 - 48 \times 55$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 9 \times 9 \quad 4 + 4 + 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 3 \times 3^2 = 9^2 \quad (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

96 ; 81 ; 132 ; 25 ; 8 ; 94

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 6 \quad B = (2 \times 4)^2 - 6$$

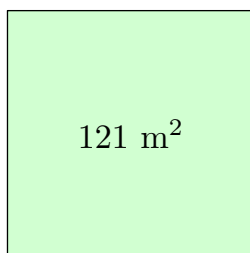
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $(x + 9)^2$ pour $x = 3$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 46 et 80.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°219



CAPU0219

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

$$B = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$$D = 3^2 + 9^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 3 et de 9.}$$

$$E = (2 \times 4)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 4.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 124 = 372 \leq 374 < 375 = 3 \times 125$: le quotient est 124, le reste $374 - 372 = 2$.

$$\mathbf{374 = 3 \times 124 + 2}, \text{ avec } 2 < 3.$$

$$21 \times 91 = 1\,911 \leq 1\,931 < 1\,932 = 21 \times 92 : \text{le quotient est 91, le reste } 1\,931 - 1\,911 = 20.$$

$$\mathbf{1\,931 = 21 \times 91 + 20}, \text{ avec } 20 < 21.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $141 = 11 \times 11 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $141 = 11 \times 12 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $141 = 11 \times 13 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 12, reste 9.

Comme $9 < 12$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 141 par 12 : quotient 11, reste 9.

3. $269 = 18 \times 14 + 17$

En 14 soirs, elle lit 252 pages ; il lui en reste encore 17.

a) Il lui faut $14 + 1 = 15$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 17 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
995	non	non	oui	non	non
141	non	oui	non	non	non
9 776	oui	non	non	non	non
4 670	oui	non	oui	non	oui
7 029	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°219



CAPU0219

Sommes des chiffres :

$$995 \rightarrow 9 + 9 + 5 = 23 \quad 141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \quad 9\,776 \rightarrow 9 + 7 + 7 + 6 = 29$$
$$4\,670 \rightarrow 4 + 6 + 7 + 0 = 17 \quad 7\,029 \rightarrow 7 + 0 + 2 + 9 = 18$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 2 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 342.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 666, somme des chiffres 18.

« 4 est un diviseur de 97. » **Faux.** $97 = 4 \times 24 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 54 - 13 + 14 = 41 + 14 = 55$

$$B = 20 \div 5 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

$$C = 59 - 2 \times (13 - 2) = 59 - 2 \times 11 = 59 - 22 = 37$$

$$D = 2,7 + 6 \times 1,2 = 2,7 + 7,2 = 9,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 + 3 - 2) \times 2 = (10 - 2) \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

$$(7 + 6 + 5) \times 5 = (13 + 5) \times 5 = 18 \times 5 = 90$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 45 \times 125 = 8 \times 125 \times 45 = 1\,000 \times 45 = 45\,000$$

$$F = 14 \times 99 = 14 \times (100 - 1) = 14 \times 100 - 14 \times 1 = 1\,400 - 14 = 1\,386$$

$$G = 48 \times 65 - 48 \times 55 = 48 \times (65 - 55) = 48 \times 10 = 480$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $9 \times 9 = 9^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 3 \times 3^2 = 9^2 \text{ » Faux. } 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27, \text{ alors que } 9^2 = 81. \text{ Le carré ne porte que sur 3.}$$

$$\text{« } (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (5 + 3)^2 = 8^2 = 64, \text{ alors que } 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 94 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2)$$

$$96 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 96 < 100 = 10^2) \quad 132 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 132 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°219



CAPU0219

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 6 = 2 \times 16 - 6 = 32 - 6 = 26$

$B = (2 \times 4)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$

$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 3$: $(x + 9)^2 = (3 + 9)^2 = 12^2 = 144$

Pour $x = 10$: $(x + 9)^2 = (10 + 9)^2 = 19^2 = 361$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) Le côté mesure 11 m.

$4 \times 11 = 44$

b) Le périmètre est de 44 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté^2 , son périmètre $4 \times \text{côté}$.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 46 et 80. » $\rightarrow$ encore 33 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).