



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°22



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 2 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 2 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 3)^2 \quad D = 1^2 + 5^2 \quad E = (13 + 35) \div 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$970 \text{ divisé par } 4 \quad 2\,474 \text{ divisé par } 14$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 177 par 15 ? Justifier.

$$(a) 177 = 15 \times 11 + 12 \quad (b) 177 = 15 \times 12 - 3 \quad (c) 177 = 15 \times 10 + 27$$

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 363 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 363 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
275					
5 121					
8 270					
9 772					
537					

2. Dans le nombre $4\square6$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 126 est un multiple de 9.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 58 - 5 \times 9 \quad B = 5 + 21 \div 3 \times 4$$

$$C = 57 - 2 \times (12 - 7) \quad D = [3 + 7 \times (6 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 6 \times 3 - 4 = 23 \quad 2 \times 6 - 2 \times 5 = 50$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°22



CAPU0022

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 79 + 12,6 + 21 \quad \mathbf{F} = 29 \times 101 \quad \mathbf{G} = 25 \times 56 + 25 \times 44$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 4 + 4 + 4 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 4^3 = 12 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$121 ; 137 ; 113 ; 58 ; 144 ; 27$$

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 3 \times 2^2 - 1 \quad \mathbf{B} = (3 \times 2)^2 - 1$$

$$\mathbf{C} = 4^2 + 3^2 \quad \mathbf{D} = (4 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 4n$ pour $n = 6$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 34 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 204 et 262. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$

$$B = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$$D = 1^2 + 5^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 1 et de 5.}$$

$$E = (13 + 35) \div 6 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 13 et 35 par 6.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 242 = 968 \leq 970 < 972 = 4 \times 243$: le quotient est 242, le reste $970 - 968 = 2$.

$$970 = 4 \times 242 + 2, \text{ avec } 2 < 4.$$

$$14 \times 176 = 2\,464 \leq 2\,474 < 2\,478 = 14 \times 177 : \text{le quotient est 176, le reste } 2\,474 - 2\,464 = 10.$$

$$2\,474 = 14 \times 176 + 10, \text{ avec } 10 < 14.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $177 = 15 \times 11 + 12$: le reste 12 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $177 = 15 \times 12 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $177 = 15 \times 10 + 27$: le « reste » 27 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 11, reste 12.

3. $363 = 7 \times 51 + 6$

a) 363 jours font 51 semaines complètes et 6 jours.

Après 51 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 6 jours : mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche → lundi.

b) Dans 363 jours, nous serons lundi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
275	non	non	oui	non	non
5 121	non	oui	non	oui	non
8 270	oui	non	oui	non	oui
9 772	oui	non	non	non	non
537	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°22



CAPU0022

$$275 \rightarrow 2 + 7 + 5 = 14 \quad 5121 \rightarrow 5 + 1 + 2 + 1 = 9 \quad 8270 \rightarrow 8 + 2 + 7 + 0 = 17$$

$$9772 \rightarrow 9 + 7 + 7 + 2 = 25 \quad 537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 6 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12; \square = 5 : 15; \square = 8 : 18$$

3 solutions : 426, 456, 486.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 144, somme des chiffres 9.

« 126 est un multiple de 9. » **Vrai.** $126 = 9 \times 14$: le reste de la division de 126 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 58 - 5 \times 9 = 58 - 45 = 13$

$$B = 5 + 21 \div 3 \times 4 = 5 + 7 \times 4 = 5 + 28 = 33$$

$$C = 57 - 2 \times (12 - 7) = 57 - 2 \times 5 = 57 - 10 = 47$$

$$D = [3 + 7 \times (6 - 2)] \div 5 = [3 + 7 \times 4] \div 5 = [3 + 28] \div 5 = 31 \div 5 = 6,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 6) \times 3 - 4 = 9 \times 3 - 4 = 27 - 4 = 23$$

$$(2 \times 6 - 2) \times 5 = (12 - 2) \times 5 = 10 \times 5 = 50$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 79 + 12,6 + 21 = 79 + 21 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 29 \times 101 = 29 \times (100 + 1) = 29 \times 100 + 29 \times 1 = 2\,900 + 29 = 2\,929$$

$$G = 25 \times 56 + 25 \times 44 = 25 \times (56 + 44) = 25 \times 100 = 2\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 58 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 58 < 64 = 8^2)$$

$$113 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 113 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$137 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 137 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°22



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 1 = 3 \times 4 - 1 = 12 - 1 = 11$

$$B = (3 \times 2)^2 - 1 = 6^2 - 1 = 36 - 1 = 35$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 4n = 6^2 + 4 \times 6 = 36 + 4 \times 6 = 36 + 24 = 60$$

$$\text{Pour } n = 0,5 : n^2 + 4n = 0,5^2 + 4 \times 0,5 = 0,25 + 4 \times 0,5 = 0,25 + 2 = 2,25$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 34 :

$$5^2 = 25 \leq 34 \text{ et } 6^2 = 36 > 34.$$

a) Elle mettra 5 dalles sur chaque côté.

$$34 - 25 = 9$$

b) Il lui restera 9 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 204 et 262. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 225, 256.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).