



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°220



CAPU0220

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 6 et 2.
- **B** est la somme des carrés de 6 et de 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{D} = 5 \times 5^2 - 1 \quad \mathbf{E} = 11 + 3 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$820 \text{ divisé par } 3 \quad 1\,561 \text{ divisé par } 27$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 86 par 10 ? Justifier.

$$(a) 86 = 10 \times 7 + 16 \quad (b) 86 = 10 \times 9 - 4 \quad (c) 86 = 10 \times 8 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 223 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 461					
215					
327					
3 104					
5 490					

2. Dans le nombre $43\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 127 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°220



CAPU0220

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 40 - 3 \times 4 \quad B = 10 + 36 \div 9 \times 2$$

$$C = (12 + 5) \times 2 - 8 \quad D = 4 \times [23 - (6 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 6 - 4 + 5 = 4 \quad 3 + 6 + 7 \times 6 = 81$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 89 + 5,05 + 11 \quad F = 44 \times 9 \quad G = 44 \times 47 + 44 \times 53$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 6 + 6 + 6 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 3 \times 6^2 = 18^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 127 ; 68 ; 81 ; 125 ; 128

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 3 \quad B = (5 \times 2)^2 - 3$$

$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 24 = 10x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 84 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 64 et 118. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°220



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$

$B = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = 5 \times 5^2 - 1$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 5 et 1.

$E = 11 + 3 \times 5$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du produit de 3 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 273 = 819 \leq 820 < 822 = 3 \times 274$: le quotient est 273, le reste $820 - 819 = 1$.

$820 = 3 \times 273 + 1$, avec $1 < 3$.

$27 \times 57 = 1\,539 \leq 1\,561 < 1\,566 = 27 \times 58$: le quotient est 57, le reste $1\,561 - 1\,539 = 22$.

$1\,561 = 27 \times 57 + 22$, avec $22 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $86 = 10 \times 7 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $86 = 10 \times 9 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $86 = 10 \times 8 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 8, reste 6.

Comme $6 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 86 par 8 : quotient 10, reste 6.

3. $223 = 6 \times 37 + 1$, avec $1 < 6$

a) Elle remplit 37 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 461	non	oui	non	oui	non
215	non	non	oui	non	non
327	non	oui	non	non	non
3 104	oui	non	non	non	non
5 490	oui	oui	oui	oui	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°220



CAPU0220

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,461 &\rightarrow 7 + 4 + 6 + 1 = 18 & 215 &\rightarrow 2 + 1 + 5 = 8 & 327 &\rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 \\ 3\,104 &\rightarrow 3 + 1 + 0 + 4 = 8 & 5\,490 &\rightarrow 5 + 4 + 9 + 0 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $4 + 3 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9 ; \square = 8 : 15$$

2 solutions : 432, 438.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 64 est pair mais $64 = 3 \times 21 + 1$.
« 127 est un multiple de 5. » **Faux.** $127 = 5 \times 25 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 40 - 3 \times 4 = 40 - 12 = 28$

$$B = 10 + 36 \div 9 \times 2 = 10 + 4 \times 2 = 10 + 8 = 18$$

$$C = (12 + 5) \times 2 - 8 = 17 \times 2 - 8 = 34 - 8 = 26$$

$$D = 4 \times [23 - (6 + 2)] = 4 \times [23 - 8] = 4 \times 15 = 60$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + 6 - (4 + 5) = 7 + 6 - 9 = 13 - 9 = 4$$

$$3 + (6 + 7) \times 6 = 3 + 13 \times 6 = 3 + 78 = 81$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 89 + 5,05 + 11 = 89 + 11 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$F = 44 \times 9 = 44 \times (10 - 1) = 44 \times 10 - 44 \times 1 = 440 - 44 = 396$$

$$G = 44 \times 47 + 44 \times 53 = 44 \times (47 + 53) = 44 \times 100 = 4\,400$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $7 \times 7 = 7^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $3 \times 6^2 = 18^2$ » **Faux.** $3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108$, alors que $18^2 = 324$. Le carré ne porte que sur 6.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 68 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

127 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 127 < 144 = 12^2$) 128 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2$)



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°220



CAPU0220

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 3 = 5 \times 4 - 3 = 20 - 3 = 17$

$$B = (5 \times 2)^2 - 3 = 10^2 - 3 = 100 - 3 = 97$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 24 = 2^2 + 24 = 4 + 24 = 28 \text{ et } 10x = 10 \times 2 = 20.$$

$28 \neq 20$: l'égalité est fausse pour $x = 2$.

$$\text{Pour } x = 4 : x^2 + 24 = 4^2 + 24 = 16 + 24 = 40 \text{ et } 10x = 10 \times 4 = 40.$$

$40 = 40$: l'égalité est vraie pour $x = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 6$, et seulement pour 4 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 84 :

$$9^2 = 81 \leq 84 \text{ et } 10^2 = 100 > 84.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$84 - 81 = 3$$

b) Il lui restera 3 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 64 et 118. » $\rightarrow$ encore 53 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).