



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°221



CAPU0221

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 4 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 4 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 23 - 7 \times 2 \quad \mathbf{D} = (12 + 4) \times 8 \quad \mathbf{E} = 14 + 5 \times 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$456 \text{ divisé par } 9 \quad 1\,415 \text{ divisé par } 14$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 160 par 15 ? Justifier.

$$(a) 160 = 15 \times 11 - 5 \quad (b) 160 = 15 \times 9 + 25 \quad (c) 160 = 15 \times 10 + 10$$

3. Problème.

Un collège emmène 134 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 314					
2 943					
831					
335					
3 100					

2. Dans le nombre $79\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 144.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$\mathbf{A} = 58 - 14 + 6 \quad \mathbf{B} = 11 + 32 \div 8 \times 4$$

$$\mathbf{C} = 82 - 2 \times (12 - 9) \quad \mathbf{D} = [7 + 6 \times (11 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 6 - 2 + 5 = 54 \quad 3 \times 6 - 4 + 6 = 8$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°221



CAPU0221

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 27 \times 86 - 27 \times 76 \quad \mathbf{F} = 43 \times 99 \quad \mathbf{G} = 35 + 5,05 + 65$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 6 + 6 + 6 \quad 6 \times 6 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 1^3 = 1 \quad 4 \times 4^2 = 16^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

30 ; 100 ; 121 ; 1 000 ; 130 ; 56

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 2 \times 2^2 - 5 \quad \mathbf{B} = (2 \times 2)^2 - 5$$

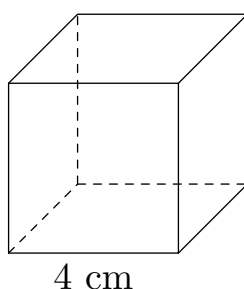
$$\mathbf{C} = 3^2 + 6^2 \quad \mathbf{D} = (3 + 6)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 1$ et $B = (4a)^2 - 1$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 154 et 207.
Je suis divisible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°221



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$

$B = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 23 - 7 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 23 et le produit de 7 par 2.

$D = (12 + 4) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 12 et 4 par 8.

$E = 14 + 5 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 14 et du produit de 5 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 50 = 450 \leq 456 < 459 = 9 \times 51$: le quotient est 50, le reste $456 - 450 = 6$.

$456 = 9 \times 50 + 6$, avec $6 < 9$.

$14 \times 101 = 1\,414 \leq 1\,415 < 1\,428 = 14 \times 102$: le quotient est 101, le reste $1\,415 - 1\,414 = 1$.

$1\,415 = 14 \times 101 + 1$, avec $1 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $160 = 15 \times 11 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $160 = 15 \times 9 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $160 = 15 \times 10 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 10, reste 10.

3. $134 = 15 \times 8 + 14$

8 minibus pleins transportent 120 élèves ; il en reste 14 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $8 + 1 = 9$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 14 = 1$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 314	oui	non	non	non	non
2 943	non	oui	non	oui	non
831	non	oui	non	non	non
335	non	non	oui	non	non
3 100	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°221



CAPU0221

Sommes des chiffres :

$$5\ 314 \rightarrow 5 + 3 + 1 + 4 = 13 \quad 2\ 943 \rightarrow 2 + 9 + 4 + 3 = 18 \quad 831 \rightarrow 8 + 3 + 1 = 12$$
$$335 \rightarrow 3 + 3 + 5 = 11 \quad 3\ 100 \rightarrow 3 + 1 + 0 + 0 = 4$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 9 + \square = 16 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 18; \square = 8 : 24$$

2 solutions : 792, 798.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 7 est un diviseur de 144. » **Faux.** $144 = 7 \times 20 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 58 - 14 + 6 = 44 + 6 = 50$

$$B = 11 + 32 \div 8 \times 4 = 11 + 4 \times 4 = 11 + 16 = 27$$

$$C = 82 - 2 \times (12 - 9) = 82 - 2 \times 3 = 82 - 6 = 76$$

$$D = [7 + 6 \times (11 - 4)] \div 2 = [7 + 6 \times 7] \div 2 = [7 + 42] \div 2 = 49 \div 2 = 24,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (6 - 2 + 5) = 6 \times (4 + 5) = 6 \times 9 = 54$$

$$3 \times 6 - (4 + 6) = 3 \times 6 - 10 = 18 - 10 = 8$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 27 \times 86 - 27 \times 76 = 27 \times (86 - 76) = 27 \times 10 = 270$$

$$F = 43 \times 99 = 43 \times (100 - 1) = 43 \times 100 - 43 \times 1 = 4\ 300 - 43 = 4\ 257$$

$$G = 35 + 5,05 + 65 = 35 + 65 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 4 \times 4^2 = 16^2 \text{ » Faux. } 4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64, \text{ alors que } 16^2 = 256. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$30 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 30 < 36 = 6^2) \quad 56 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$130 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 130 < 144 = 12^2) \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°221



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 5 = 2 \times 4 - 5 = 8 - 5 = 3$

$$B = (2 \times 2)^2 - 5 = 4^2 - 5 = 16 - 5 = 11$$

$$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$

$$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 1 = 4 \times 3^2 - 1 = 4 \times 9 - 1 = 36 - 1 = 35$$

$$B = (4a)^2 - 1 = (4 \times 3)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 154 et 207. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).