



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°222



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 5 et 6 par 6.
- **B** est la somme de 5 et du produit de 6 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 49 - 7 \times 6 \quad D = (7 + 5) \times 7 \quad E = (26 + 55) \div 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

932 divisé par 3 1 962 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 125 par 6 ? Justifier.

$$(a) 125 = 6 \times 21 - 1 \quad (b) 125 = 6 \times 20 + 5 \quad (c) 125 = 6 \times 19 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 94 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 94 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
201					
3 850					
3 807					
9 676					
425					

2. Dans le nombre $2\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 49 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°222



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 40 - 6 \times 6 \quad B = 40 \div 8 \times 2$$

$$C = (3 \times 7 - 1) \div 4 \quad D = 5 \times [24 - (5 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 6 - 7 - 5 = 13 \quad 9 + 5 - 2 \times 7 = 84$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 30 + 0,75 + 70 \quad F = 41 \times 9 \quad G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 4 \times 4 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2 \times 5^2 = 10^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

141 ; 115 ; 49 ; 27 ; 135 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 9 \quad B = (4 \times 4)^2 - 9$$

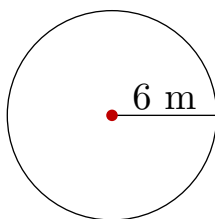
$$C = 1^2 + 5^2 \quad D = (1 + 5)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 4$ et $B = (2a)^2 - 4$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 6 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 56 et 83.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 6) \times 6 = 11 \times 6 = 66$

$B = 5 + 6 \times 6 = 5 + 36 = 41$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 49 - 7 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 49 et le produit de 7 par 6.

$D = (7 + 5) \times 7$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 7 et 5 par 7.

$E = (26 + 55) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 26 et 55 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 310 = 930 \leq 932 < 933 = 3 \times 311$: le quotient est 310, le reste $932 - 930 = 2$.

$932 = 3 \times 310 + 2$, avec $2 < 3$.

$19 \times 103 = 1\,957 \leq 1\,962 < 1\,976 = 19 \times 104$: le quotient est 103, le reste $1\,962 - 1\,957 = 5$.

$1\,962 = 19 \times 103 + 5$, avec $5 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $125 = 6 \times 21 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $125 = 6 \times 20 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $125 = 6 \times 19 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 20, reste 5.

Comme $5 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 125 par 20 : quotient 6, reste 5.

3. $94 = 7 \times 13 + 3$

a) 94 jours font 13 semaines complètes et 3 jours.

Après 13 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 3 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 94 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
201	non	oui	non	non	non
3 850	oui	non	oui	non	oui
3 807	non	oui	non	oui	non
9 676	oui	non	non	non	non
425	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°222



CAPU0222

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 201 &\rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 & 3\,850 &\rightarrow 3 + 8 + 5 + 0 = 16 & 3\,807 &\rightarrow 3 + 8 + 0 + 7 = 18 \\ 9\,676 &\rightarrow 9 + 6 + 7 + 6 = 28 & 425 &\rightarrow 4 + 2 + 5 = 11 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 7 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 3 : 12 ; \square = 6 : 15 ; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 207, 237, 267, 297.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 86 est pair mais $86 = 3 \times 28 + 2$.
« 49 est un multiple de 3. » **Faux.** $49 = 3 \times 16 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 40 - 6 \times 6 = 40 - 36 = 4$

$$B = 40 \div 8 \times 2 = 5 \times 2 = 10$$

$$C = (3 \times 7 - 1) \div 4 = (21 - 1) \div 4 = 20 \div 4 = 5$$

$$D = 5 \times [24 - (5 + 7)] = 5 \times [24 - 12] = 5 \times 12 = 60$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 6 - (7 - 5) = 9 + 6 - 2 = 15 - 2 = 13$$

$$(9 + 5 - 2) \times 7 = (14 - 2) \times 7 = 12 \times 7 = 84$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 30 + 0,75 + 70 = 30 + 70 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 41 \times 9 = 41 \times (10 - 1) = 41 \times 10 - 41 \times 1 = 410 - 41 = 369$$

$$G = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 2 \times 5^2 = 10^2 \text{ » Faux. } 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50, \text{ alors que } 10^2 = 100. \text{ Le carré ne porte que sur } 5.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$115 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$135 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 135 < 144 = 12^2) \quad 141 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 141 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 9 = 4 \times 16 - 9 = 64 - 9 = 55$

$$B = (4 \times 4)^2 - 9 = 16^2 - 9 = 256 - 9 = 247$$

$$C = 1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$$

$$D = (1 + 5)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 4 = 2 \times 5^2 - 4 = 2 \times 25 - 4 = 50 - 4 = 46$$

$$B = (2a)^2 - 4 = (2 \times 5)^2 - 4 = 10^2 - 4 = 100 - 4 = 96$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$

a) L'aire exacte est $36\pi \text{ m}^2$.

$$36 \times 3,14 = 113,04$$

b) L'aire vaut environ 113 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 6^2$, et non $(\pi \times 6)^2$. On élève 6 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 56 et 83. » $\rightarrow$ encore 26 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).