



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°223



CAPU0223

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 5.
- **B** est le carré du double de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 3)^2 \quad D = 2^2 + 6^2 \quad E = 4 \times 6^2 - 13$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

793 divisé par 9 1 928 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 118 par 12 ? Justifier.

$$(a) 118 = 12 \times 9 + 10 \quad (b) 118 = 12 \times 10 - 2 \quad (c) 118 = 12 \times 8 + 22$$

3. Problème.

Une ferme a ramassé 205 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 818					
681					
5 480					
355					
6 561					

2. Dans le nombre $10\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 5 est un diviseur de 91.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 29 + 4 \times 9 \quad B = 7 \times 2 - 4 \times 3$$

$$C = (3 + 10) \times 5 - 17 \quad D = 4 \times [33 - (8 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 6 \times 3 + 7 = 49 \quad 9 + 4 \times 8 \times 4 = 164$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°223



3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 4 \times 23 \times 25 \quad \mathbf{F} = 27 \times 11 \quad \mathbf{G} = 15 \times 66 + 15 \times 34$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 3 + 3 + 3 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2 \quad 3 \times 5^2 = 15^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

28 ; 144 ; 54 ; 81 ; 125 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 2 \times 5^2 - 7 \quad \mathbf{B} = (2 \times 5)^2 - 7$$

$$\mathbf{C} = 4^2 + 5^2 \quad \mathbf{D} = (4 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 160 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 58 et 95. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°223



CAPU0223

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

$B = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$D = 2^2 + 6^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 2 et de 6.

$E = 4 \times 6^2 - 13$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 6 et 13.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 88 = 792 \leq 793 < 801 = 9 \times 89$: le quotient est 88, le reste $793 - 792 = 1$.

$793 = 9 \times 88 + 1$, avec $1 < 9$.

$16 \times 120 = 1\,920 \leq 1\,928 < 1\,936 = 16 \times 121$: le quotient est 120, le reste $1\,928 - 1\,920 = 8$.

$1\,928 = 16 \times 120 + 8$, avec $8 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $118 = 12 \times 9 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $118 = 12 \times 10 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $118 = 12 \times 8 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 9, reste 10.

3. $205 = 6 \times 34 + 1$, avec $1 < 6$

a) Elle remplit 34 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 818	oui	non	non	non	non
681	non	oui	non	non	non
5 480	oui	non	oui	non	oui
355	non	non	oui	non	non
6 561	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$6\,818 \rightarrow 6 + 8 + 1 + 8 = 23$

$681 \rightarrow 6 + 8 + 1 = 15$

$5\,480 \rightarrow 5 + 4 + 8 + 0 = 17$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°223



CAPU0223

$$355 \rightarrow 3 + 5 + 5 = 13 \quad 6\,561 \rightarrow 6 + 5 + 6 + 1 = 18$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 0 + \square = 1 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 6$$

Une seule solution : 105.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 5 est un diviseur de 91. » **Faux.** $91 = 5 \times 18 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 29 + 4 \times 9 = 29 + 36 = 65$

$$B = 7 \times 2 - 4 \times 3 = 14 - 12 = 2$$

$$C = (3 + 10) \times 5 - 17 = 13 \times 5 - 17 = 65 - 17 = 48$$

$$D = 4 \times [33 - (8 + 2)] = 4 \times [33 - 10] = 4 \times 23 = 92$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 6) \times 3 + 7 = 14 \times 3 + 7 = 42 + 7 = 49$$

$$(9 + 4 \times 8) \times 4 = (9 + 32) \times 4 = 41 \times 4 = 164$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 23 \times 25 = 4 \times 25 \times 23 = 100 \times 23 = 2\,300$$

$$F = 27 \times 11 = 27 \times (10 + 1) = 27 \times 10 + 27 \times 1 = 270 + 27 = 297$$

$$G = 15 \times 66 + 15 \times 34 = 15 \times (66 + 34) = 15 \times 100 = 1\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $(3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$ » **Faux.** $(3 + 5)^2 = 8^2 = 64$, alors que $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$.

« $3 \times 5^2 = 15^2$ » **Faux.** $3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75$, alors que $15^2 = 225$. Le carré ne porte que sur 5.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$28 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 28 < 36 = 6^2) \quad 54 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 54 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°223



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 7 = 2 \times 25 - 7 = 50 - 7 = 43$

$$B = (2 \times 5)^2 - 7 = 10^2 - 7 = 100 - 7 = 93$$

$$C = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

$$D = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 6 : x^2 + 6 = 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42 \text{ et } 7x = 7 \times 6 = 42.$$

42 = 42 : l'égalité est vraie pour $x = 6$.

$$\text{Pour } x = 5 : x^2 + 6 = 5^2 + 6 = 25 + 6 = 31 \text{ et } 7x = 7 \times 5 = 35.$$

31 $\neq$ 35 : l'égalité est fausse pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 6 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 160 :

$$12^2 = 144 \leq 160 \text{ et } 13^2 = 169 > 160.$$

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$$160 - 144 = 16$$

b) Il lui restera 16 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 58 et 95. » $\rightarrow$ encore 36 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).