



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°224



CAPU0224

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 15 et 5 par 9.
- **B** est la somme de 15 et du produit de 5 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 3)^3 \quad D = (17 + 23) \div 5 \quad E = (2 \times 6)^2$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

394 divisé par 6      990 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 406 par 12 ? Justifier.

$$(a) 406 = 12 \times 33 + 10 \quad (b) 406 = 12 \times 32 + 22 \quad (c) 406 = 12 \times 34 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 28 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 6 916  |       |       |       |       |        |
| 231    |       |       |       |       |        |
| 575    |       |       |       |       |        |
| 1 770  |       |       |       |       |        |
| 7 119  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $7\square4$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 190 est un multiple de 7.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°224



CAPU0224

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 3 + 9 \times 3 \quad B = 5 \times 6 - 4 \times 5$$

$$C = (11 + 2) \times 4 - 10 \quad D = 4 \times [31 - (3 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 3 - 5 + 2 = 20 \quad 8 \times 4 - 3 \times 5 = 40$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 38 \times 11 \quad F = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 \quad G = 2 \times 27 \times 5$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 4 \times 4 \quad 4 + 4 + 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2 \quad 9^2 = 18 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 1 000 ; 115 ; 36 ; 118 ; 146

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 5 \quad B = (2 \times 4)^2 - 5$$

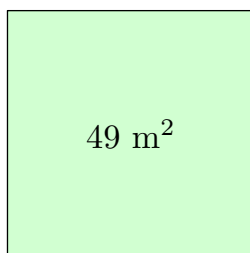
$$C = 6^2 + 7^2 \quad D = (6 + 7)^2$$

2. L'égalité  $n^2 + 4 = 5n$  est-elle vraie pour  $n = 2$  ? Pour  $n = 1$  ?

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de  $49 \text{ m}^2$ .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 50 et 92.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (15 + 5) \times 9 = 20 \times 9 = 180$

$$B = 15 + 5 \times 9 = 15 + 45 = 60$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = (2 + 3)^3$  est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$$D = (17 + 23) \div 5 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 17 et 23 par 5.}$$

$$E = (2 \times 6)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 6.}$$

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $6 \times 65 = 390 \leq 394 < 396 = 6 \times 66$  : le quotient est 65, le reste  $394 - 390 = 4$ .

$$394 = 6 \times 65 + 4, \text{ avec } 4 < 6.$$

$$14 \times 70 = 980 \leq 990 < 994 = 14 \times 71 : \text{le quotient est 70, le reste } 990 - 980 = 10.$$

$$990 = 14 \times 70 + 10, \text{ avec } 10 < 14.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 12$  » :

(a)  $406 = 12 \times 33 + 10$  : le reste 10 est bien inférieur à 12. ✓

(b)  $406 = 12 \times 32 + 22$  : le « reste » 22 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c)  $406 = 12 \times 34 - 2$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

**C'est l'égalité (a) : quotient 33, reste 10.**

Comme  $10 < 33$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 406 par 33 : quotient 12, reste 10.

3.  $28 = 8 \times 3 + 4$

3 minibus pleins transportent 24 élèves ; il en reste 4 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

**a) Il faut réserver  $3 + 1 = 4$  minibus.**

**b) Dans le dernier minibus,  $8 - 4 = 4$  places restent libres.**

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°224



CAPU0224

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 6 916  | oui   | non   | non   | non   | non    |
| 231    | non   | oui   | non   | non   | non    |
| 575    | non   | non   | oui   | non   | non    |
| 1 770  | oui   | oui   | oui   | non   | oui    |
| 7 119  | non   | oui   | non   | oui   | non    |

Sommes des chiffres :

$$6\ 916 \rightarrow 6 + 9 + 1 + 6 = 22 \quad 231 \rightarrow 2 + 3 + 1 = 6 \quad 575 \rightarrow 5 + 7 + 5 = 17$$

$$1\ 770 \rightarrow 1 + 7 + 7 + 0 = 15 \quad 7\ 119 \rightarrow 7 + 1 + 1 + 9 = 18$$

2. Somme des chiffres :  $7 + \square + 4 = 11 + \square$ . Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 7 : 18$$

Une seule solution : 774.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai**. Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 190 est un multiple de 7. » **Faux**.  $190 = 7 \times 27 + 1$  : le reste n'est pas nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, de gauche à droite.

1.  $A = 3 + 9 \times 3 = 3 + 27 = 30$

$$B = 5 \times 6 - 4 \times 5 = 30 - 20 = 10$$

$$C = (11 + 2) \times 4 - 10 = 13 \times 4 - 10 = 52 - 10 = 42$$

$$D = 4 \times [31 - (3 + 7)] = 4 \times [31 - 10] = 4 \times 21 = 84$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times 3 - (5 + 2) = 9 \times 3 - 7 = 27 - 7 = 20$$

$$8 \times (4 - 3) \times 5 = 8 \times 1 \times 5 = 8 \times 5 = 40$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 38 \times 11 = 38 \times (10 + 1) = 38 \times 10 + 38 \times 1 = 380 + 38 = 418$$

$$F = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

$$G = 2 \times 27 \times 5 = 2 \times 5 \times 27 = 10 \times 27 = 270$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



## Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$        $6 \times 6 \times 6 = 6^3$        $4 \times 4 = 4^2$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$  : c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas**  $4^3 = 64$ .

2.  $9^2 = 9 \times 9 = 81$        $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$        $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$        $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. «  $(2 + 5)^2 = 2^2 + 5^2$  » **Faux**.  $(2 + 5)^2 = 7^2 = 49$ , alors que  $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$ .

«  $9^2 = 18$  » **Faux**.  $9^2 = 9 \times 9 = 81$ . L'exposant ne multiplie pas :  $9 \times 2 = 18$ , c'est le double.

«  $10^3 = 1\ 000$  » **Vrai**.  $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$  : un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$36 = 6^2$  : **carré**      115 : ni l'un ni l'autre ( $10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2$ )

118 : ni l'un ni l'autre ( $10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2$ )       $121 = 11^2$  : **carré**

146 : ni l'un ni l'autre ( $12^2 = 144 < 146 < 169 = 13^2$ )       $1\ 000 = 10^3$  : **cube**

## Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 2 \times 4^2 - 5 = 2 \times 16 - 5 = 32 - 5 = 27$

$B = (2 \times 4)^2 - 5 = 8^2 - 5 = 64 - 5 = 59$

$C = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$

$D = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$

$A \neq B$  : dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $2 \times 4$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour  $n = 2$  :  $n^2 + 4 = 2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$  et  $5n = 5 \times 2 = 10$ .

**$8 \neq 10$  : l'égalité est fausse pour  $n = 2$ .**

Pour  $n = 1$  :  $n^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$  et  $5n = 5 \times 1 = 5$ .

**$5 = 5$  : l'égalité est vraie pour  $n = 1$ .**

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour  $n = 4$ , et seulement pour 1 et 4.)

## Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 49 :  $7 \times 7 = 49$ , c'est-à-dire  $7^2 = 49$ .

**a) Le côté mesure 7 m.**

$4 \times 7 = 28$

**b) Le périmètre est de 28 m.**

**Ne pas confondre** : l'aire du carré est **côté<sup>2</sup>**, son périmètre  **$4 \times$  côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 50 et 92. » → encore 41 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 2. » → reste : 81.

**Le nombre mystère est 81 ( $81 = 9^2$ ).**