



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°225



CAPU0225

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 2 et de 6.
- **B** est le carré de la somme de 2 et 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 1)^2 \quad D = 5 \times 9^2 - 5 \quad E = 1^2 + 5^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$525 \text{ divisé par } 9 \quad 833 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 313 par 11 ? Justifier.

$$(a) 313 = 11 \times 27 + 16 \quad (b) 313 = 11 \times 29 - 6 \quad (c) 313 = 11 \times 28 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 4 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 136					
591					
7 191					
1 660					
275					

2. Dans le nombre $7\square 3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 169 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°225



CAPU0225

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 5 + 5 \times 4 \quad B = 54 \div 9 \times 5$$

$$C = (8 + 3) \times 3 - 15 \quad D = [5 + 7 \times (7 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 4 \times 2 - 2 = 24 \quad 8 \times 4 \times 3 - 3 = 0$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 \quad F = 43 \times 9 \quad G = 72 + 7,8 + 28$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad (3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

105 ; 64 ; 49 ; 81 ; 1 000 ; 66

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 5 \quad B = (5 \times 3)^2 - 5$$

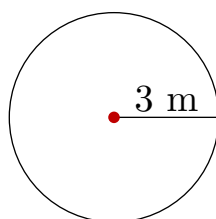
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 4$? Pour $x = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 158 et 219.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°225



CAPU0225

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$

$B = (2 + 6)^2 = 8^2 = 64$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 1.

$D = 5 \times 9^2 - 5$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 9 et 5.

$E = 1^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 58 = 522 \leq 525 < 531 = 9 \times 59$: le quotient est 58, le reste $525 - 522 = 3$.

$525 = 9 \times 58 + 3$, avec $3 < 9$.

$22 \times 37 = 814 \leq 833 < 836 = 22 \times 38$: le quotient est 37, le reste $833 - 814 = 19$.

$833 = 22 \times 37 + 19$, avec $19 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $313 = 11 \times 27 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $313 = 11 \times 29 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $313 = 11 \times 28 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 28, reste 5.

Comme $5 < 28$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 313 par 28 : quotient 11, reste 5.

3. $54 = 4 \times 13 + 2$, avec $2 < 4$

a) Chaque joueur reçoit 13 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 4 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 136	oui	non	non	non	non
591	non	oui	non	non	non
7 191	non	oui	non	oui	non
1 660	oui	non	oui	non	oui
275	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°225



CAPU0225

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\ 136 &\rightarrow 9 + 1 + 3 + 6 = 19 & 591 &\rightarrow 5 + 9 + 1 = 15 & 7\ 191 &\rightarrow 7 + 1 + 9 + 1 = 18 \\ 1\ 660 &\rightarrow 1 + 6 + 6 + 0 = 13 & 275 &\rightarrow 2 + 7 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 3 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 5 : 15 ; \square = 8 : 18$$

3 solutions : 723, 753, 783.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 82 est pair mais $82 = 3 \times 27 + 1$.
« 169 est un multiple de 8. » **Faux.** $169 = 8 \times 21 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 5 + 5 \times 4 = 5 + 20 = 25$

$$B = 54 \div 9 \times 5 = 6 \times 5 = 30$$

$$C = (8 + 3) \times 3 - 15 = 11 \times 3 - 15 = 33 - 15 = 18$$

$$D = [5 + 7 \times (7 - 1)] \div 5 = [5 + 7 \times 6] \div 5 = [5 + 42] \div 5 = 47 \div 5 = 9,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (4 \times 2 - 2) = 4 \times (8 - 2) = 4 \times 6 = 24$$

$$8 \times 4 \times (3 - 3) = 8 \times 4 \times 0 = 32 \times 0 = 0$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 = 3,6 \times (1,3 + 8,7) = 3,6 \times 10 = 36$$

$$F = 43 \times 9 = 43 \times (10 - 1) = 43 \times 10 - 43 \times 1 = 430 - 43 = 387$$

$$G = 72 + 7,8 + 28 = 72 + 28 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $5 \times 5 = 5^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } (3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2 \text{ » Faux. } (3 + 5)^2 = 8^2 = 64, \text{ alors que } 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34.$$

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$66 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 66 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$105 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 105 < 121 = 11^2) \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°225



CAPU0225

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 5 = 5 \times 9 - 5 = 45 - 5 = 40$

$$B = (5 \times 3)^2 - 5 = 15^2 - 5 = 225 - 5 = 220$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 4 : x^2 + 6 = 4^2 + 6 = 16 + 6 = 22 \text{ et } 5x = 5 \times 4 = 20.$$

$22 \neq 20$: l'égalité est fausse pour $x = 4$.

$$\text{Pour } x = 3 : x^2 + 6 = 3^2 + 6 = 9 + 6 = 15 \text{ et } 5x = 5 \times 3 = 15.$$

$15 = 15$: l'égalité est vraie pour $x = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 3 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.

$$9 \times 3,14 = 28,26$$

b) L'aire vaut environ 28 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 158 et 219. » $\rightarrow$ encore 60 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).