



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°226



CAPU0226

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 22 et 6 par 2.
- **B** est la différence entre 22 et le produit de 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (11 + 7) \times 2 \quad D = 4 + 7 \times 7 \quad E = 5 \times 4^2 - 15$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

989 divisé par 6 419 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 373 par 12 ? Justifier.

$$(a) 373 = 12 \times 31 + 1 \quad (b) 373 = 12 \times 32 - 11 \quad (c) 373 = 12 \times 30 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 71 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 170					
687					
5 554					
3 861					
805					

2. Dans le nombre $9\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 41 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°226



CAPU0226

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 12 + 4 \times 9 \quad B = 6 + 14 \div 7 \times 2$$

$$C = (4 + 3) \times 2 - 4 \quad D = 3 \times [28 - (6 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 2 \times 8 - 3 = 15 \quad 4 \times 5 - 6 \times 2 = 28$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 27 \times 99 \quad F = 2 \times 32 \times 50 \quad G = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 9 + 9 + 9 \quad 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2 \times 3^2 = 6^2 \quad 5^2 = 10 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

53 ; 25 ; 123 ; 64 ; 27 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 4 \quad B = (2 \times 3)^2 - 4$$

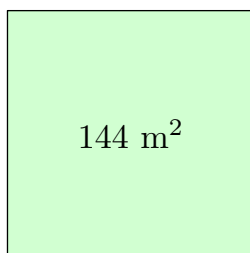
$$C = 2^2 + 1^2 \quad D = (2 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 12 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 3$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 111 et 159.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°226



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (22 - 6) \times 2 = 16 \times 2 = 32$

$B = 22 - 6 \times 2 = 22 - 12 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (11 + 7) \times 2$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 11 et 7 par 2.

$D = 4 + 7 \times 7$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du produit de 7 par 7.

$E = 5 \times 4^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 4 et 15.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 164 = 984 \leq 989 < 990 = 6 \times 165$: le quotient est 164, le reste $989 - 984 = 5$.

$989 = 6 \times 164 + 5$, avec $5 < 6$.

$12 \times 34 = 408 \leq 419 < 420 = 12 \times 35$: le quotient est 34, le reste $419 - 408 = 11$.

$419 = 12 \times 34 + 11$, avec $11 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $373 = 12 \times 31 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $373 = 12 \times 32 - 11$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $373 = 12 \times 30 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 31, reste 1.

Comme $1 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 373 par 31 : quotient 12, reste 1.

3. $71 = 15 \times 4 + 11$

4 minibus pleins transportent 60 élèves ; il en reste 11 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 11 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 170	oui	oui	oui	non	oui
687	non	oui	non	non	non
5 554	oui	non	non	non	non
3 861	non	oui	non	oui	non
805	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$4\ 170 \rightarrow 4 + 1 + 7 + 0 = 12 \quad 687 \rightarrow 6 + 8 + 7 = 21 \quad 5\ 554 \rightarrow 5 + 5 + 5 + 4 = 19$$

$$3\ 861 \rightarrow 3 + 8 + 6 + 1 = 18 \quad 805 \rightarrow 8 + 0 + 5 = 13$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 8 = 17 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 18; \square = 4 : 21; \square = 7 : 24$$

3 solutions : 918, 948, 978.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 57 est divisible par 3 ($57 = 3 \times 19$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 41 est un multiple de 3. » **Faux.** $41 = 3 \times 13 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 12 + 4 \times 9 = 12 + 36 = 48$

$$B = 6 + 14 \div 7 \times 2 = 6 + 2 \times 2 = 6 + 4 = 10$$

$$C = (4 + 3) \times 2 - 4 = 7 \times 2 - 4 = 14 - 4 = 10$$

$$D = 3 \times [28 - (6 + 6)] = 3 \times [28 - 12] = 3 \times 16 = 48$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + 2 \times (8 - 3) = 5 + 2 \times 5 = 5 + 10 = 15$$

$$(4 \times 5 - 6) \times 2 = (20 - 6) \times 2 = 14 \times 2 = 28$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 27 \times 99 = 27 \times (100 - 1) = 27 \times 100 - 27 \times 1 = 2\ 700 - 27 = 2\ 673$$

$$F = 2 \times 32 \times 50 = 2 \times 50 \times 32 = 100 \times 32 = 3\ 200$$

$$G = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $4 \times 4 = 4^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $2 \times 3^2 = 6^2$ » **Faux**. $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$, alors que $6^2 = 36$. Le carré ne porte que sur 3.

« $5^2 = 10$ » **Faux**. $5^2 = 5 \times 5 = 25$. L'exposant ne multiplie pas : $5 \times 2 = 10$, c'est le double.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** $27 = 3^3$: **cube**

53 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 53 < 64 = 8^2$) $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

123 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 123 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$

$B = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$

$C = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$

$D = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 3$: $x^2 + 12 = 3^2 + 12 = 9 + 12 = 21$ et $7x = 7 \times 3 = 21$.

21 = 21 : l'égalité est vraie pour $x = 3$.

Pour $x = 6$: $x^2 + 12 = 6^2 + 12 = 36 + 12 = 48$ et $7x = 7 \times 6 = 42$.

48 $\neq$ 42 : l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 3 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$4 \times 12 = 48$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 111 et 159. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°226



Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).