



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°227



CAPU0227

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 16 et 2 par 4.
- **B** est la différence entre 16 et le produit de 2 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 22 - 7 \times 2 \quad D = 6^2 + 9^2 \quad E = 9 \times (16 - 12)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

955 divisé par 9 1 271 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 108 par 10 ? Justifier.

$$(a) 108 = 10 \times 11 - 2 \quad (b) 108 = 10 \times 10 + 8 \quad (c) 108 = 10 \times 9 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 34 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
507					
5 242					
655					
3 150					
1 143					

2. Dans le nombre $8\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 47.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°227



CAPU0227

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 50 - 4 \times 5 \quad B = 10 \div 2 \times 5$$

$$C = (7 + 9) \times 4 - 13 \quad D = 5,7 + 5 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 4 \times 5 \times 5 = 175 \quad 2 \times 2 + 6 + 4 = 20$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 \quad F = 15 \times 9 \quad G = 60 + 5,05 + 40$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 11 \times 11 \quad 5 + 5 + 5 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 6^2 = 12 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

45 ; 74 ; 16 ; 25 ; 117 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 2 \quad B = (3 \times 3)^2 - 2$$

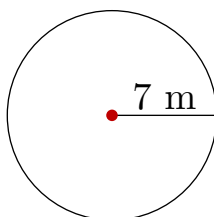
$$C = 2^2 + 6^2 \quad D = (2 + 6)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 24 = 10x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 7 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 35.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°227



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (16 - 2) \times 4 = 14 \times 4 = 56$

$B = 16 - 2 \times 4 = 16 - 8 = 8$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 22 - 7 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 22 et le produit de 7 par 2.

$D = 6^2 + 9^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 6 et de 9.

$E = 9 \times (16 - 12)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 16 et 12.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 106 = 954 \leq 955 < 963 = 9 \times 107$: le quotient est 106, le reste $955 - 954 = 1$.

$955 = 9 \times 106 + 1$, avec $1 < 9$.

$25 \times 50 = 1\,250 \leq 1\,271 < 1\,275 = 25 \times 51$: le quotient est 50, le reste $1\,271 - 1\,250 = 21$.

$1\,271 = 25 \times 50 + 21$, avec $21 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $108 = 10 \times 11 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $108 = 10 \times 10 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $108 = 10 \times 9 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 10, reste 8.

Comme $8 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 108 par 10 : quotient 10, reste 8.

3. $34 = 8 \times 4 + 2$

4 minibus pleins transportent 32 élèves ; il en reste 2 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $4 + 1 = 5$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 2 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
507	non	oui	non	non	non
5 242	oui	non	non	non	non
655	non	non	oui	non	non
3 150	oui	oui	oui	oui	oui
1 143	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$507 \rightarrow 5 + 0 + 7 = 12 \quad 5\,242 \rightarrow 5 + 2 + 4 + 2 = 13 \quad 655 \rightarrow 6 + 5 + 5 = 16$$

$$3\,150 \rightarrow 3 + 1 + 5 + 0 = 9 \quad 1\,143 \rightarrow 1 + 1 + 4 + 3 = 9$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 3 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 12; \square = 4 : 15; \square = 7 : 18$$

3 solutions : 813, 843, 873.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 87 est divisible par 3 ($87 = 3 \times 29$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 47. » **Faux.** $47 = 4 \times 11 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 50 - 4 \times 5 = 50 - 20 = 30$

$$B = 10 \div 2 \times 5 = 5 \times 5 = 25$$

$$C = (7 + 9) \times 4 - 13 = 16 \times 4 - 13 = 64 - 13 = 51$$

$$D = 5,7 + 5 \times 1,5 = 5,7 + 7,5 = 13,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 4) \times 5 \times 5 = 7 \times 5 \times 5 = 35 \times 5 = 175$$

$$2 \times (2 + 6) + 4 = 2 \times 8 + 4 = 16 + 4 = 20$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 15 \times 9 = 15 \times (10 - 1) = 15 \times 10 - 15 \times 1 = 150 - 15 = 135$$

$$G = 60 + 5,05 + 40 = 60 + 40 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°227



CAPU0227

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $11 \times 11 = 11^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $6^2 = 12$ » **Faux**. $6^2 = 6 \times 6 = 36$. L'exposant ne multiplie pas : $6 \times 2 = 12$, c'est le double.

« $2^3 = 6$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $16 = 4^2$: **carré**

$25 = 5^2$: **carré** 45 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 45 < 49 = 7^2$)

74 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2$) 117 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 117 < 121 = 11^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 2 = 3 \times 9 - 2 = 27 - 2 = 25$

$B = (3 \times 3)^2 - 2 = 9^2 - 2 = 81 - 2 = 79$

$C = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$

$D = (2 + 6)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 6$: $x^2 + 24 = 6^2 + 24 = 36 + 24 = 60$ et $10x = 10 \times 6 = 60$.

60 = 60 : l'égalité est vraie pour $x = 6$.

Pour $x = 3$: $x^2 + 24 = 3^2 + 24 = 9 + 24 = 33$ et $10x = 10 \times 3 = 30$.

33 $\neq$ 30 : l'égalité est fausse pour $x = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 6 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 7^2 = \pi \times 49 = 49\pi$

a) **L'aire exacte est $49\pi \text{ m}^2$.**

$49 \times 3,14 = 153,86$

b) **L'aire vaut environ 154 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 7^2$, et non $(\pi \times 7)^2$. On élève 7 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 35. » $\rightarrow$ encore 33 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°227



« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).