



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°228



CAPU0228

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 5 et de 2.
- **B** est le carré de la somme de 5 et 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 6 + 7 \times 8 \quad \mathbf{D} = 8 \times (11 - 9) \quad \mathbf{E} = 9^2 - 33$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$521 \text{ divisé par } 7 \quad 1\,932 \text{ divisé par } 18$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 401 par 11 ? Justifier.

$$(a) 401 = 11 \times 37 - 6 \quad (b) 401 = 11 \times 36 + 5 \quad (c) 401 = 11 \times 35 + 16$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 113 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 101					
995					
5 428					
591					
2 360					

2. Dans le nombre $9\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 8 est un diviseur de 232.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°228



CAPU0228

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 50 - 6 \times 5 \quad B = 72 \div 9 \times 5$$

$$C = 98 - 3 \times (15 - 9) \quad D = 4 \times [26 - (4 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 4 \times 9 - 7 = 110 \quad 9 + 6 \times 7 \times 2 = 102$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 26 \times 99 \quad F = 2 \times 89 \times 50 \quad G = 31 \times 57 - 31 \times 47$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 4 + 4 + 4 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^3 = 15 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 3 \times 4^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$64 ; 8 ; 121 ; 100 ; 26 ; 140$$

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 2 \quad B = (5 \times 4)^2 - 2$$

$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 9$ et $B = (5x)^2 - 9$. Calculer A et B pour $x = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 56 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 138 et 199. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 3. Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°228



CAPU0228

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$

$B = (5 + 2)^2 = 7^2 = 49$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6 + 7 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du produit de 7 par 8.

$D = 8 \times (11 - 9)$ est un **produit** : c'est le produit de 8 par la différence entre 11 et 9.

$E = 9^2 - 33$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 33.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 74 = 518 \leq 521 < 525 = 7 \times 75$: le quotient est 74, le reste $521 - 518 = 3$.

$521 = 7 \times 74 + 3$, avec $3 < 7$.

$18 \times 107 = 1\,926 \leq 1\,932 < 1\,944 = 18 \times 108$: le quotient est 107, le reste $1\,932 - 1\,926 = 6$.

$1\,932 = 18 \times 107 + 6$, avec $6 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $401 = 11 \times 37 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $401 = 11 \times 36 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $401 = 11 \times 35 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 36, reste 5.

Comme $5 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 401 par 36 : quotient 11, reste 5.

3. $113 = 6 \times 18 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 18 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 101	non	oui	non	oui	non
995	non	non	oui	non	non
5 428	oui	non	non	non	non
591	non	oui	non	non	non
2 360	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°228



CAPU0228

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,101 &\rightarrow 7 + 1 + 0 + 1 = 9 & 995 &\rightarrow 9 + 9 + 5 = 23 & 5\,428 &\rightarrow 5 + 4 + 2 + 8 = 19 \\ 591 &\rightarrow 5 + 9 + 1 = 15 & 2\,360 &\rightarrow 2 + 3 + 6 + 0 = 11 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 7 = 16 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 18$$

Une seule solution : 927.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 75 est divisible par 3 ($75 = 3 \times 25$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 8 est un diviseur de 232. » **Vrai.** $232 = 8 \times 29$: le reste de la division de 232 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 50 - 6 \times 5 = 50 - 30 = 20$

$$B = 72 \div 9 \times 5 = 8 \times 5 = 40$$

$$C = 98 - 3 \times (15 - 9) = 98 - 3 \times 6 = 98 - 18 = 80$$

$$D = 4 \times [26 - (4 + 3)] = 4 \times [26 - 7] = 4 \times 19 = 76$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 4) \times 9 - 7 = 13 \times 9 - 7 = 117 - 7 = 110$$

$$(9 + 6 \times 7) \times 2 = (9 + 42) \times 2 = 51 \times 2 = 102$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 26 \times 99 = 26 \times (100 - 1) = 26 \times 100 - 26 \times 1 = 2\,600 - 26 = 2\,574$$

$$F = 2 \times 89 \times 50 = 2 \times 50 \times 89 = 100 \times 89 = 8\,900$$

$$G = 31 \times 57 - 31 \times 47 = 31 \times (57 - 47) = 31 \times 10 = 310$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $3 \times 4^2 = 12^2$ » **Faux.** $3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 4.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 26 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 140 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 140 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°228



CAPU0228

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 2 = 5 \times 16 - 2 = 80 - 2 = 78$

$$B = (5 \times 4)^2 - 2 = 20^2 - 2 = 400 - 2 = 398$$

$$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 9 = 5 \times 2^2 - 9 = 5 \times 4 - 9 = 20 - 9 = 11$$

$$B = (5x)^2 - 9 = (5 \times 2)^2 - 9 = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 56 :

$$7^2 = 49 \leq 56 \text{ et } 8^2 = 64 > 56.$$

a) Elle mettra 7 dalles sur chaque côté.

$$56 - 49 = 7$$

b) Il lui restera 7 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 138 et 199. » $\rightarrow$ encore 60 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).