



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°229



CAPU0229

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 15 et 24 par 3.
- **B** est la somme de 15 et du quotient de 24 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 7) \times 6 \quad \mathbf{D} = (7 + 1)^2 \quad \mathbf{E} = (1 + 3)^3$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

$$537 \text{ divisé par } 8 \quad 1\,399 \text{ divisé par } 11$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 228 par 10 ? Justifier.

$$(a) 228 = 10 \times 22 + 8 \quad (b) 228 = 10 \times 23 - 2 \quad (c) 228 = 10 \times 21 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 9 188  |       |       |       |       |        |
| 7 371  |       |       |       |       |        |
| 245    |       |       |       |       |        |
| 741    |       |       |       |       |        |
| 4 980  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $31\square$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 48.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°229



CAPU0229

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 10 + 8 \times 5 \quad B = 9 \times 6 - 5 \times 4$$

$$C = (11 + 9) \times 5 - 15 \quad D = 2 \times [40 - (5 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 7 \times 5 \times 3 = 111 \quad 3 + 9 \times 4 - 7 = 41$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 16 \times 73 - 16 \times 63 \quad F = 45 \times 101 \quad G = 74 + 12,6 + 26$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 3 \times 3 \quad 9 + 9 + 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 5^2 = 20^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

26 ; 55 ; 8 ; 137 ; 144 ; 100

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 7 \quad B = (4 \times 4)^2 - 7$$

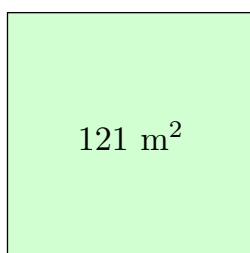
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. L'égalité  $n^2 + 12 = 7n$  est-elle vraie pour  $n = 5$  ? Pour  $n = 3$  ?

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de  $121 \text{ m}^2$ .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 58 et 92.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°229



## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (15 + 24) \div 3 = 39 \div 3 = 13$

$B = 15 + 24 \div 3 = 15 + 8 = 23$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = (3 + 7) \times 6$  est un **produit** : c'est le produit de la somme de 3 et 7 par 6.

$D = (7 + 1)^2$  est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 1.

$E = (1 + 3)^3$  est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $8 \times 67 = 536 \leq 537 < 544 = 8 \times 68$  : le quotient est 67, le reste  $537 - 536 = 1$ .

$537 = 8 \times 67 + 1$ , avec  $1 < 8$ .

$11 \times 127 = 1\,397 \leq 1\,399 < 1\,408 = 11 \times 128$  : le quotient est 127, le reste  $1\,399 - 1\,397 = 2$ .

$1\,399 = 11 \times 127 + 2$ , avec  $2 < 11$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 10$  » :

(a)  $228 = 10 \times 22 + 8$  : le reste 8 est bien inférieur à 10. ✓

(b)  $228 = 10 \times 23 - 2$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(c)  $228 = 10 \times 21 + 18$  : le « reste » 18 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

**C'est l'égalité (a) : quotient 22, reste 8.**

Comme  $8 < 22$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 228 par 22 : quotient 10, reste 8.

3.  $52 = 8 \times 6 + 4$ , avec  $4 < 8$

**a) Chaque joueur reçoit 6 cartes.**

**b) La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 9 188  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 7 371  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 245    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 741    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 4 980  | <b>oui</b> | <b>oui</b> | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°229



CAPU0229

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\,188 &\rightarrow 9 + 1 + 8 + 8 = 26 & 7\,371 &\rightarrow 7 + 3 + 7 + 1 = 18 & 245 &\rightarrow 2 + 4 + 5 = 11 \\ 741 &\rightarrow 7 + 4 + 1 = 12 & 4\,980 &\rightarrow 4 + 9 + 8 + 0 = 21 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 :  $\square$  vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 :  $3 + 1 + \square = 4 + \square$  doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 9$$

**Une seule solution : 315.**

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car  $9 = 3 \times 3$ . Exemple : 603, somme des chiffres 9.

« 4 est un diviseur de 48. » **Vrai.**  $48 = 4 \times 12$  : le reste de la division de 48 par 4 est nul.

## Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 10 + 8 \times 5 = 10 + 40 = 50$

$$B = 9 \times 6 - 5 \times 4 = 54 - 20 = 34$$

$$C = (11 + 9) \times 5 - 15 = 20 \times 5 - 15 = 100 - 15 = 85$$

$$D = 2 \times [40 - (5 + 4)] = 2 \times [40 - 9] = 2 \times 31 = 62$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 7 \times 5) \times 3 = (2 + 35) \times 3 = 37 \times 3 = 111$$

$$(3 + 9) \times 4 - 7 = 12 \times 4 - 7 = 48 - 7 = 41$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 16 \times 73 - 16 \times 63 = 16 \times (73 - 63) = 16 \times 10 = 160$$

$$F = 45 \times 101 = 45 \times (100 + 1) = 45 \times 100 + 45 \times 1 = 4\,500 + 45 = 4\,545$$

$$G = 74 + 12,6 + 26 = 74 + 26 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

## Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$      $6 \times 6 \times 6 = 6^3$      $3 \times 3 = 3^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2.  $7^2 = 7 \times 7 = 49$      $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$      $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
     $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. «  $4 \times 5^2 = 20^2$  » **Faux.**  $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$ , alors que  $20^2 = 400$ . Le carré ne porte que sur 5.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple :  $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ , qui n'est le carré d'aucun entier ( $3^2 = 9$  et  $4^2 = 16$ ). Cela arrive parfois ( $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 26 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2)$$

$$55 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 55 < 64 = 8^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°229



CAPU0229

137 : ni l'un ni l'autre ( $11^2 = 121 < 137 < 144 = 12^2$ )       $144 = 12^2$  : **carré**

### Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1.  $A = 4 \times 4^2 - 7 = 4 \times 16 - 7 = 64 - 7 = 57$

$$B = (4 \times 4)^2 - 7 = 16^2 - 7 = 256 - 7 = 249$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$  : dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $4 \times 4$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 12 = 5^2 + 12 = 25 + 12 = 37 \text{ et } 7n = 7 \times 5 = 35.$$

**$37 \neq 35$  : l'égalité est fausse pour  $n = 5$ .**

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 12 = 3^2 + 12 = 9 + 12 = 21 \text{ et } 7n = 7 \times 3 = 21.$$

**$21 = 21$  : l'égalité est vraie pour  $n = 3$ .**

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour  $n = 4$ , et seulement pour 3 et 4.)

### Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 :  $11 \times 11 = 121$ , c'est-à-dire  $11^2 = 121$ .

**a) Le côté mesure 11 m.**

$$4 \times 11 = 44$$

**b) Le périmètre est de 44 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté<sup>2</sup>**, son périmètre  **$4 \times$  côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 58 et 92. »  $\rightarrow$  encore 33 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 2. »  $\rightarrow$  reste : 64.

**Le nombre mystère est 64 ( $64 = 8^2$  et  $64 = 4^3$ ).**