



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°23



CAPU0023

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 3.
- **B** est le double du carré de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times (19 - 11) \quad \mathbf{D} = 2 + 3 \times 3 \quad \mathbf{E} = (3 + 2)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$541 \text{ divisé par } 8 \quad 535 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 96 par 9 ? Justifier.

$$(a) 96 = 9 \times 9 + 15 \quad (b) 96 = 9 \times 10 + 6 \quad (c) 96 = 9 \times 11 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 6 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
327					
2 520					
5 146					
205					
8 361					

2. Dans le nombre $66\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 8 est un diviseur de 148.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°23



CAPU0023

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 79 - 6 \times 2 \quad B = 8 \times 5 - 3 \times 2$$

$$C = 85 - 2 \times (13 - 9) \quad D = 5,1 + 4 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 8 \times 5 - 6 = 49 \quad 5 + 7 \times 4 \times 3 = 99$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 13 \times 101 \quad F = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 \quad G = 14 + 7,8 + 86$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 12 \times 12 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 3^2 \quad 2 \times 3^2 = 6^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 64 ; 119 ; 144 ; 62 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 4 \quad B = (4 \times 6)^2 - 4$$

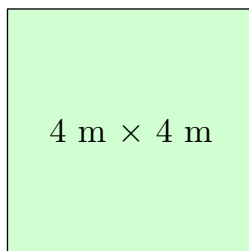
$$C = 6^2 + 5^2 \quad D = (6 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 12 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 3$? Pour $x = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 32 et 99.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°23



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

$B = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times (19 - 11)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 19 et 11.

$D = 2 + 3 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 2 et du produit de 3 par 3.

$E = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 67 = 536 \leq 541 < 544 = 8 \times 68$: le quotient est 67, le reste $541 - 536 = 5$.

$541 = 8 \times 67 + 5$, avec $5 < 8$.

$22 \times 24 = 528 \leq 535 < 550 = 22 \times 25$: le quotient est 24, le reste $535 - 528 = 7$.

$535 = 22 \times 24 + 7$, avec $7 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $96 = 9 \times 9 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $96 = 9 \times 10 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $96 = 9 \times 11 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 10, reste 6.

Comme $6 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 96 par 10 : quotient 9, reste 6.

3. $32 = 6 \times 5 + 2$, avec $2 < 6$

a) **Chaque joueur reçoit 5 cartes.**

b) **La pioche contient 2 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 6 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
327	non	oui	non	non	non
2 520	oui	oui	oui	oui	oui
5 146	oui	non	non	non	non
205	non	non	oui	non	non
8 361	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°23



CAPU0023

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 327 &\rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 & 2\,520 &\rightarrow 2 + 5 + 2 + 0 = 9 & 5\,146 &\rightarrow 5 + 1 + 4 + 6 = 16 \\ 205 &\rightarrow 2 + 0 + 5 = 7 & 8\,361 &\rightarrow 8 + 3 + 6 + 1 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $6 + 6 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 660.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 93 est divisible par 3 ($93 = 3 \times 31$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 8 est un diviseur de 148. » **Faux.** $148 = 8 \times 18 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 79 - 6 \times 2 = 79 - 12 = 67$

$$B = 8 \times 5 - 3 \times 2 = 40 - 6 = 34$$

$$C = 85 - 2 \times (13 - 9) = 85 - 2 \times 4 = 85 - 8 = 77$$

$$D = 5,1 + 4 \times 0,2 = 5,1 + 0,8 = 5,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 8) \times 5 - 6 = 11 \times 5 - 6 = 55 - 6 = 49$$

$$(5 + 7 \times 4) \times 3 = (5 + 28) \times 3 = 33 \times 3 = 99$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 13 \times 101 = 13 \times (100 + 1) = 13 \times 100 + 13 \times 1 = 1\,300 + 13 = 1\,313$$

$$F = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 14 + 7,8 + 86 = 14 + 86 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 2 \times 3^2 = 6^2 \text{ » Faux. } 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18, \text{ alors que } 6^2 = 36. \text{ Le carré ne porte que sur 3.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$119 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 119 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 4 = 4 \times 36 - 4 = 144 - 4 = 140$

$$B = (4 \times 6)^2 - 4 = 24^2 - 4 = 576 - 4 = 572$$

$$C = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$D = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 3$: $x^2 + 12 = 3^2 + 12 = 9 + 12 = 21$ et $7x = 7 \times 3 = 21$.

21 = 21 : l'égalité est vraie pour $x = 3$.

Pour $x = 8$: $x^2 + 12 = 8^2 + 12 = 64 + 12 = 76$ et $7x = 7 \times 8 = 56$.

76 $\neq$ 56 : l'égalité est fausse pour $x = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 3 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$4 \times 2 = 8$$

a) Il faut 8 carreaux le long d'un côté.

8 rangées de 8 carreaux : $8^2 = 8 \times 8 = 64$

b) Il faut 64 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 32 et 99. » $\rightarrow$ encore 66 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64, 81.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).