



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°230



CAPU0230

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 3 et de 6.
- **B** est le carré de la somme de 3 et 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 11 + 14 \div 2 \quad \mathbf{D} = 4 \times (12 - 4) \quad \mathbf{E} = 4 \times 7^2 - 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

166 divisé par 3 2 296 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 382 par 14 ? Justifier.

$$(a) 382 = 14 \times 28 - 10 \quad (b) 382 = 14 \times 26 + 18 \quad (c) 382 = 14 \times 27 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 141 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 410					
2 686					
597					
5 301					
835					

2. Dans le nombre $34\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 3 est un diviseur de 86.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°230



CAPU0230

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 5 + 4 \times 3 \quad B = 6 + 27 \div 3 \times 2$$

$$C = 99 - 5 \times (10 - 8) \quad D = [6 + 8 \times (8 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 2 + 6 \times 3 = 120 \quad 5 + 4 \times 7 + 2 = 65$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 37 \times 125 \quad F = 16 \times 11 \quad G = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 9^2 = 18 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 36 ; 25 ; 62 ; 74 ; 10

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 4 \quad B = (4 \times 3)^2 - 4$$

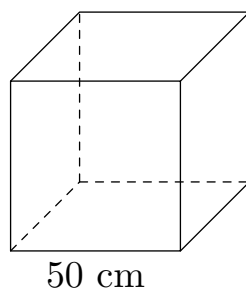
$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (3 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $7a^2$ pour $a = 4$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 277 et 327.
sible par 9.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°230



CAPU0230

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$

$B = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 11 + 14 \div 2$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du quotient de 14 par 2.

$D = 4 \times (12 - 4)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 12 et 4.

$E = 4 \times 7^2 - 2$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 7 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 55 = 165 \leq 166 < 168 = 3 \times 56$: le quotient est 55, le reste $166 - 165 = 1$.

$166 = 3 \times 55 + 1$, avec $1 < 3$.

$21 \times 109 = 2\,289 \leq 2\,296 < 2\,310 = 21 \times 110$: le quotient est 109, le reste $2\,296 - 2\,289 = 7$.

$2\,296 = 21 \times 109 + 7$, avec $7 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $382 = 14 \times 28 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $382 = 14 \times 26 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $382 = 14 \times 27 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 27, reste 4.

Comme $4 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 382 par 27 : quotient 14, reste 4.

3. $141 = 12 \times 11 + 9$

En 11 soirs, elle lit 132 pages ; il lui en reste encore 9.

a) Il lui faut $11 + 1 = 12$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 9 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 410	oui	non	oui	non	oui
2 686	oui	non	non	non	non
597	non	oui	non	non	non
5 301	non	oui	non	oui	non
835	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°230



CAPU0230

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 3\,410 \rightarrow 3 + 4 + 1 + 0 = 8 & 2\,686 \rightarrow 2 + 6 + 8 + 6 = 22 & 597 \rightarrow 5 + 9 + 7 = 21 \\ 5\,301 \rightarrow 5 + 3 + 0 + 1 = 9 & 835 \rightarrow 8 + 3 + 5 = 16 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 4 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 345.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 33 est divisible par 3 ($33 = 3 \times 11$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 3 est un diviseur de 86. » **Faux.** $86 = 3 \times 28 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 5 + 4 \times 3 = 5 + 12 = 17$

$$B = 6 + 27 \div 3 \times 2 = 6 + 9 \times 2 = 6 + 18 = 24$$

$$C = 99 - 5 \times (10 - 8) = 99 - 5 \times 2 = 99 - 10 = 89$$

$$D = [6 + 8 \times (8 - 4)] \div 5 = [6 + 8 \times 4] \div 5 = [6 + 32] \div 5 = 38 \div 5 = 7,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (2 + 6) \times 3 = 5 \times 8 \times 3 = 40 \times 3 = 120$$

$$(5 + 4) \times 7 + 2 = 9 \times 7 + 2 = 63 + 2 = 65$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 37 \times 125 = 8 \times 125 \times 37 = 1\,000 \times 37 = 37\,000$$

$$F = 16 \times 11 = 16 \times (10 + 1) = 16 \times 10 + 16 \times 1 = 160 + 16 = 176$$

$$G = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $9^2 = 18$ » **Faux.** $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 10 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 10 < 16 = 4^2)$$

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2) \quad 74 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 4 = 4 \times 9 - 4 = 36 - 4 = 32$

$$B = (4 \times 3)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$$

$$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$

$$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 4 : 7a^2 = 7 \times 4^2 = 7 \times 16 = 112$$

$$\text{Pour } a = 10 : 7a^2 = 7 \times 10^2 = 7 \times 100 = 700$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 277 et 327. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 289, 324.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).