



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°231



CAPU0231

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 4 et 8 par 7.
- **B** est la somme de 4 et du produit de 8 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 + 4) \times 7 \quad \mathbf{D} = (2 + 3)^3 \quad \mathbf{E} = 7 + 2 \times 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$922 \text{ divisé par } 8 \quad 554 \text{ divisé par } 23$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 142 par 13 ? Justifier.

$$(a) 142 = 13 \times 9 + 25 \quad (b) 142 = 13 \times 11 - 1 \quad (c) 142 = 13 \times 10 + 12$$

3. Problème.

Une ferme a ramassé 248 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
447					
1 466					
8 919					
3 020					
605					

2. Dans le nombre $75\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 89 est un multiple de 3.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$\mathbf{A} = 82 - 4 \times 6 \quad \mathbf{B} = 4 \times 7 - 2 \times 3$$

$$\mathbf{C} = (3 \times 8 - 9) \div 5 \quad \mathbf{D} = [3 + 9 \times (9 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 2 \times 5 + 2 = 70 \quad 4 \times 7 \times 3 - 7 = 56$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°231



CAPU0231

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 2 \times 30 \times 5 \quad \mathbf{F} = 36 \times 11 \quad \mathbf{G} = 31 \times 89 + 31 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 12 \times 12 \quad 5 + 5 + 5 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3 \times 4^2 = 12^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 91 ; 121 ; 36 ; 19 ; 12

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 2 \times 2^2 - 1 \quad \mathbf{B} = (2 \times 2)^2 - 1$$

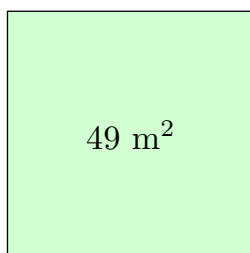
$$\mathbf{C} = 3^2 + 5^2 \quad \mathbf{D} = (3 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $a^3 + 7$ pour $a = 6$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 49 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 251 et 299.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°231



CAPU0231

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 8) \times 7 = 12 \times 7 = 84$

$B = 4 + 8 \times 7 = 4 + 56 = 60$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 4) \times 7$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 2 et 4 par 7.

$D = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$E = 7 + 2 \times 2$ est une **somme** : c'est la somme de 7 et du produit de 2 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 115 = 920 \leq 922 < 928 = 8 \times 116$: le quotient est 115, le reste $922 - 920 = 2$.

$922 = 8 \times 115 + 2$, avec $2 < 8$.

$23 \times 24 = 552 \leq 554 < 575 = 23 \times 25$: le quotient est 24, le reste $554 - 552 = 2$.

$554 = 23 \times 24 + 2$, avec $2 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $142 = 13 \times 9 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b) $142 = 13 \times 11 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $142 = 13 \times 10 + 12$: le reste 12 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 10, reste 12.

3. $248 = 12 \times 20 + 8$, avec $8 < 12$

a) Elle remplit **20 boîtes pleines**.

b) Il reste **8 œufs**.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
447	non	oui	non	non	non
1 466	oui	non	non	non	non
8 919	non	oui	non	oui	non
3 020	oui	non	oui	non	oui
605	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$447 \rightarrow 4 + 4 + 7 = 15$

$1\ 466 \rightarrow 1 + 4 + 6 + 6 = 17$

$8\ 919 \rightarrow 8 + 9 + 1 + 9 = 27$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°231



CAPU0231

$$3\ 020 \rightarrow 3 + 0 + 2 + 0 = 5 \quad 605 \rightarrow 6 + 0 + 5 = 11$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 5 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 750.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 270, somme des chiffres 9.

« 89 est un multiple de 3. » **Faux.** $89 = 3 \times 29 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 82 - 4 \times 6 = 82 - 24 = 58$

$$B = 4 \times 7 - 2 \times 3 = 28 - 6 = 22$$

$$C = (3 \times 8 - 9) \div 5 = (24 - 9) \div 5 = 15 \div 5 = 3$$

$$D = [3 + 9 \times (9 - 4)] \div 5 = [3 + 9 \times 5] \div 5 = [3 + 45] \div 5 = 48 \div 5 = 9,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times 2 \times (5 + 2) = 5 \times 2 \times 7 = 10 \times 7 = 70$$

$$4 \times (7 \times 3 - 7) = 4 \times (21 - 7) = 4 \times 14 = 56$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 30 \times 5 = 2 \times 5 \times 30 = 10 \times 30 = 300$$

$$F = 36 \times 11 = 36 \times (10 + 1) = 36 \times 10 + 36 \times 1 = 360 + 36 = 396$$

$$G = 31 \times 89 + 31 \times 11 = 31 \times (89 + 11) = 31 \times 100 = 3\ 100$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $12 \times 12 = 12^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $3 \times 4^2 = 12^2$ » **Faux.** $3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 4.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$12 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 12 < 16 = 4^2) \quad 19 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 19 < 25 = 5^2)$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 91 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 91 < 100 = 10^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 1 = 2 \times 4 - 1 = 8 - 1 = 7$

$$B = (2 \times 2)^2 - 1 = 4^2 - 1 = 16 - 1 = 15$$

$$C = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

$$D = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 6 : a^3 + 7 = 6^3 + 7 = 216 + 7 = 223$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^3 + 7 = 10^3 + 7 = 1\,000 + 7 = 1\,007$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 49 : $7 \times 7 = 49$, c'est-à-dire $7^2 = 49$.

a) Le côté mesure 7 m.

$$4 \times 7 = 28$$

b) Le périmètre est de 28 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 251 et 299. » → encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 256, 289.

« Mon chiffre des unités est 9. » → reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).