



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°232



CAPU0232

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 3.
- **B** est le double du carré de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9 + 21 \div 7 \quad D = 6 \times (17 - 9) \quad E = (2 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

574 divisé par 3 1 768 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 225 par 12 ? Justifier.

$$(a) 225 = 12 \times 18 + 9 \quad (b) 225 = 12 \times 19 - 3 \quad (c) 225 = 12 \times 17 + 21$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 28 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 200					
425					
5 378					
507					
4 761					

2. Dans le nombre $75\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 154.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 64 - 3 \times 2 \quad B = 5 \times 6 - 6 \times 4$$

$$C = (8 \times 7 - 5) \div 4 \quad D = 4 \times [30 - (3 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 5 - 8 + 6 = 1 \quad 5 \times 4 - 5 \times 3 = 45$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 22 \times 39 - 22 \times 29 \quad F = 17 \times 11 \quad G = 20 + 0,75 + 80$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 3 + 3 + 3 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 4^3 = 12 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

18 ; 36 ; 8 ; 49 ; 94 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 5 \quad B = (4 \times 3)^2 - 5$$

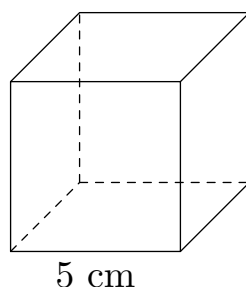
$$C = 7^2 + 3^2 \quad D = (7 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 5 = 6x$ est-elle vraie pour $x = 5$? Pour $x = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 63.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

$$B = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 + 21 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 9 et du quotient de 21 par 7.

$D = 6 \times (17 - 9)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 17 et 9.

$E = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 191 = 573 \leq 574 < 576 = 3 \times 192$: le quotient est 191, le reste $574 - 573 = 1$.

$$574 = 3 \times 191 + 1, \text{ avec } 1 < 3.$$

$29 \times 60 = 1\,740 \leq 1\,768 < 1\,769 = 29 \times 61$: le quotient est 60, le reste $1\,768 - 1\,740 = 28$.

$$1\,768 = 29 \times 60 + 28, \text{ avec } 28 < 29.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $225 = 12 \times 18 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $225 = 12 \times 19 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $225 = 12 \times 17 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 18, reste 9.

Comme $9 < 18$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 225 par 18 : quotient 12, reste 9.

3. $28 = 9 \times 3 + 1$

3 minibus pleins transportent 27 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 1 = 8$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 200	oui	non	oui	non	oui
425	non	non	oui	non	non
5 378	oui	non	non	non	non
507	non	oui	non	non	non
4 761	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$8\ 200 \rightarrow 8 + 2 + 0 + 0 = 10 \quad 425 \rightarrow 4 + 2 + 5 = 11 \quad 5\ 378 \rightarrow 5 + 3 + 7 + 8 = 23$$

$$507 \rightarrow 5 + 0 + 7 = 12 \quad 4\ 761 \rightarrow 4 + 7 + 6 + 1 = 18$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 5 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 750.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 80 est pair mais $80 = 3 \times 26 + 2$.

« 7 est un diviseur de 154. » **Vrai.** $154 = 7 \times 22$: le reste de la division de 154 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 64 - 3 \times 2 = 64 - 6 = 58$

$$B = 5 \times 6 - 6 \times 4 = 30 - 24 = 6$$

$$C = (8 \times 7 - 5) \div 4 = (56 - 5) \div 4 = 51 \div 4 = 12,75$$

$$D = 4 \times [30 - (3 + 5)] = 4 \times [30 - 8] = 4 \times 22 = 88$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times 5 - (8 + 6) = 3 \times 5 - 14 = 15 - 14 = 1$$

$$(5 \times 4 - 5) \times 3 = (20 - 5) \times 3 = 15 \times 3 = 45$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 22 \times 39 - 22 \times 29 = 22 \times (39 - 29) = 22 \times 10 = 220$$

$$F = 17 \times 11 = 17 \times (10 + 1) = 17 \times 10 + 17 \times 1 = 170 + 17 = 187$$

$$G = 20 + 0,75 + 80 = 20 + 80 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°232



CAPU0232

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $5 \times 5 = 5^2$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $4^3 = 12$ » **Faux**. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** 18 : ni l'un ni l'autre ($4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2$)

$36 = 6^2$: **carré** $49 = 7^2$: **carré**

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! 94 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 5 = 4 \times 9 - 5 = 36 - 5 = 31$

$B = (4 \times 3)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$

$C = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$

$D = (7 + 3)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 5$: $x^2 + 5 = 5^2 + 5 = 25 + 5 = 30$ et $6x = 6 \times 5 = 30$.

$30 = 30$: l'égalité est vraie pour $x = 5$.

Pour $x = 3$: $x^2 + 5 = 3^2 + 5 = 9 + 5 = 14$ et $6x = 6 \times 3 = 18$.

$14 \neq 18$: l'égalité est fausse pour $x = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 5 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°232



CAPU0232

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 63. » $\rightarrow$ encore 61 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).